Praktische Grundlagen von Regelsystemen

Synthetische und hybride Systeme mit Aufbau einer digitalen Regelung

E. Dittmar, Gummersbach

Der Beitrag gibt einen Gesamtüberblick über die Gruppen der technischen Regelsysteme und die Methoden der Optimierung. Beschrieben werden die natürlichen, technischen sowie die synthetischen und hybriden Systeme. Bei den digitalen Regelungen zeigt sich, dass der Verlauf der Regelgröße über den gesamten Bereich stetig und gleichmäßig stetig differenzierbar ist. Somit sind die linearen Optimierungs-Verfahren auf den PID-Regel-Algorithmus übertragbar, was den mathematischen Aufwand erheblich reduziert.

1 Systemgruppen

Die Gruppen aller Systeme teilen sich auf in natürliche Systeme, zu denen auch alle technische Systeme gehören, in synthetische und hybride Systeme (Bild ❶).

1.1 Gruppe der natürlichen Systeme

Als natürliche Systeme werden alle Systeme bezeichnet, deren Ein- und Ausgangsgrößen x_e und x_a natürliche physikalische Größen wie Strom, Spannung, Bewegung, Kraft, Druck oder Temperatur sind. Die letzten vier Größen kommen außer in technischen Systemen auch im lebenden Organismus vor. Bekannt sind die kybernetischen Regelkreise wie Blutdruck-, Herzfrequenz- und Temperaturregelung. Sie gehören alle zu den stetigen und gleichmäßig stetig differenzierbaren Systemen (Bild ❶, Gruppe 1) [2].

1.2 Gruppe der synthetischen Systeme

Als synthetische Systeme werden hier alle unstetigen Systeme wie Zweipunkt-Regler und binäre Systeme bezeichnet (Bild ❶, Gruppe 2). Sie kommen in der Natur nicht vor und arbeiten nach dem EIN-AUS- und binären logischen 0–1-Prinzip. Diese Gruppe von Systemen ist nicht stetig und daher auch nicht stetig differenzierbar.

Daraus folgt, dass diese auf einem sehr niedrigen Energieniveau arbeiten müssen (im Gegensatz zur Gruppe 1, der z. B. stetig und analog arbeitenden Maschinen wie Elektromotoren), weil sich die Energie nicht sprungartig von Null auf volle Leistung – entsprechend einer Aus-Ein-Schaltphase – ändern kann [1].

Autor
Prof. *Edgar Dittmar* ist beamteter Professor für elektronische Steuerungstechnik, Regel- und Computer-Systeme der Universität Siegen.

Folgende Hauptsystemarten gehören zu der Gruppe der synthetischen Systeme:

Zweipunkt-Regler. Diese nichtstetigen Regler arbeiten mit einer großen Zeitkonstanten T und werden daher bei fast allen Temperatur-Regelungen eingesetzt. Dies ist ein weites Anwendungsgebiet.

SPS. Die speicherprogrammierbare Steuerung arbeitet nach dem nichtstetigen, binären System. Mathematisch wird der Funktionsablauf, der oft sehr komplex sein kann, mit den Wahrheitstabellen, der Booleschen Algebra und dem Logikschaltplan dargestellt.

Computer und digitale Regler. Beide Systeme arbeiten binär. Analoge Regler gibt es kaum noch in der industriellen Praxis. Alle großen Hersteller bauen digitale PID-Standard-Regler. Der digitale PID-Regelalgorithmus wird auf dem Computer oder im PID-Regler durch Programmierung mathematisch abgebildet, oft in der Programmiersprache C++.

Man könnte einwenden, dass sowohl bei der digitalen Regelung als auch bei der Zweipunkt-Regelung hohe Energien auftreten. Dies ist aber nur ein scheinbarer Widerspruch. Die hohe Energie fließt nur in dem zu regelnden System als Energiefluss und wird von dem nichtlinearen Regler mit sehr geringer Energie geregelt. Der Messwertgeber filtert den Signalfluss als Regelgröße x mit niedrigem Energieniveau heraus und führt sie dem Regler zu, der über seine Stellgröße wiederum einen Leistungsverstärker ansteuert (Bild ❷a und b).

1.3 Hybride Systeme

Die Standard-Regelung mit stetigen und analogen Reglern ist ein homogenes, geregeltes System, das innerhalb des linearen Wertebereichs als Gesamtsystem überall und in allen Elementen der Regelung stetig und linear oder linearisierbar ist (Bild ❶, Gruppe 1). Ein Beispiel dafür ist die Drehzahlregelung des Motorantriebs mit einem analogen Regler. Wie in [2] gezeigt, ist der digitale PID-Regel-Algorithmus als virtueller Regler quasi analog. Damit kann er mathematisch bei der Optimierung wie der analoge Regler behandelt werden (Bild ❶, grüne Verbindungslinie).

Der Aufbau der digitalen Regelung wird in Bild ❷ an dem schon bekannten Umformersatz gezeigt [2]. Die digitale Regelung als hybrides System hat mehr und mehr an Bedeutung gewonnen und ist das wichtigste hybride System der Gruppe 3 in Bild ❶. Der Unterschied zum Aufbau einer reinen analogen und digitalen Regelung liegt in der Kommunikation mit dem Regelsystem. Denn die digitale Welt des PID-Regel-Algorithmus kann mit dem analogen stetigen System nur über Wandler kommunizieren. Dabei wirkt der Wandler als Übersetzer zwischen der digitalen Welt (Bild ❶, Gruppe 2) und dem analogen, stetigen System (Bild ❶, Gruppe 1), da die digitale Stellgröße y_i von dem System, das nur analoge und stetige Signale verarbeiten kann, nicht verstanden wird. Für diese Verbindung braucht die digitale Regelung einen Digital-Analog-Wandler als Übersetzer. Die analoge und stetige Regelgröße x wird über einen Analog-Digital-Wandler in die digitale Regelgröße x_i umgewandelt (Bild ❷).

2 Aufbau und Grundlagen der digitalen Regelung

Der Aufbau der digitalen Regelung mit Computer ist in Bild ❷a dargestellt. Die gesamte Regelung besteht aus dem System des Motorantriebs mit Generator, dem Rechner, auf dem der digitale PID-Regel-Algorithmus R_i abgebildet ist, und dem A/D-D/A-Wandler, der als Übersetzer zwischen dem analogen System und der digitalen Welt des Rechners vermittelt. Der verwendete A/D-D/A-Wandler sollte möglichst eine digitale Auflösung von 12 bis 16 bit haben. Eine viel höhere Auflösung bringt keinen Zuwachs an Genauigkeit, verlängert aber die Wandlerzeit.

Ferner hat der Wandler eine eigene Software, die Zwischenwerte abspeichern kann. Diese Software wird vor dem Hauptprogramm des PID-Regel-Algorithmus in den Arbeitsspeicher geladen. Damit ist die Verbindung über die Peripherie zwischen dem Rechner und dem Antriebssystem hergestellt.

Zum Teil wird in den Fachbüchen in diesem Zusammenhang ein Halteglied angeführt, eine Methode aus den 60er Jahren, mit nicht verwertbaren Treppenkurven.

Die Führungsgröße w_i wird über die Tastatur des Rechners digital als Zahlenwert eingegeben. Sie bestimmt zusammen mit der digitalen Regelgröße x_i, die aus dem A/D-Wandler (Bild ❷b) als Zahlenwert übernommen wird, die Regeldifferenz x_{di}: Der A/D-Wandler setzt dabei die analoge Spannung in einen reinen Zahlenwert x_i um, der nun als digitale Regelgröße x_i im Digitalteil des Wandlers steht.

Aus der eingelesenen digitalen Regelgröße x_i folgt der erste Rechenschritt. Der Zahlenwert für die digitale Regeldifferenz x_{di} lautet

$$x_{di} = w - x_i \quad (1)$$

Die Regeldifferenzen x_{di} und $x_{d[i-1]}$ stehen als reine Zahlenwerte im Arbeitsspeicher des Rechners. Die Regeldifferenz x_{di} ist die Hauptrechengröße und wird im digitalen PID-Regel-Algorithmus weiter verarbeitet.

$$y_i = K_P x_{di} + \frac{T_{ab}}{T_I} \sum_{i=0}^{n} x_{di} = \frac{T_D}{T_{ab}} (x_{di} - x_{d[i-1]}) \quad (2)$$

Gleichung 2 zeigt die Berechnung des Integralanteils als der Summe aller Teilrechtecke. Die Rechteckregel ist für schnelle Antriebsregelungen besonders geeignet, da sie bei der numerischen Integration für die Berechnung der Stellgröße y_i nur den einen Wert von x_{di} benötigt – im Gegensatz zur Trapezregel, die mit zwei Werten von x_{di} für die Integration mehr Rechenzeit benötigt. Die Abtastzeit T_{ab} muss bei der Rechteckregel hinreichend klein sein. Sie sollte bei $T_{ab} = 5$ ms oder darunter liegen. Für diese Werte von T_{ab} zeigt sich, dass der Näherungsfehler gegen Null geht und der Motorantrieb ruckfrei und gleichmäßig läuft.

Der PID-Regel-Algorithmus berechnet die digitale Stellgröße y_i, die als Zahlenwert im Digitalteil des D/A-Wandlers steht, und dann auf der analogen Seite in die analoge Stelgröße umgesetzt wird (Bild ❷b):

$$y = U_r = \pm 10\ V \quad (3)$$

Die analoge Stellgröße y setzt in der Regelung den Signalfluss mit niedrigem Energieniveau in einen geregelten Energiefluss vom Drehstromnetz über den Wechselrichter im Motor in mechanische Energie um, die den Generator antreibt.

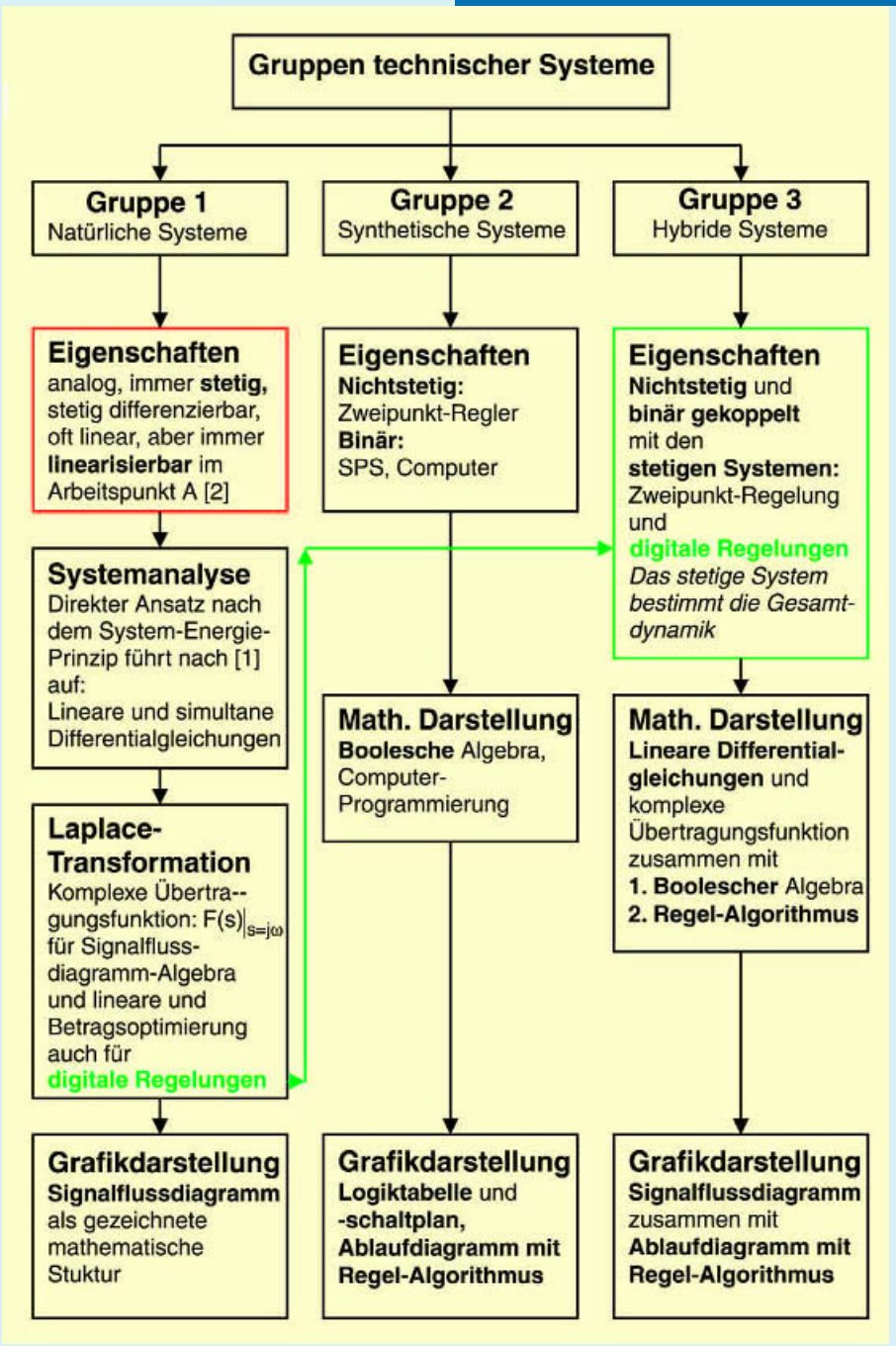
Vom Wechselrichter bis zum Motor wird der Signalfluss vom Energiefluss mitgeführt. Der Tachodynamo am Motor filtert den Signalfluss aus dem Energiefluss als analoge Regelgröße x und übergibt diese an den A/D-Wandler. Er setzt sie in die digitale Regelgröße x_i um, die zusammen mit der Führungsgröße w nach Gleichung 1 die digitale Regeldifferenz x_{di} bildet. Damit ist ein digitaler Regelzyklus T_z einmal durchlaufen und beginnt nach Ablauf der Abtastzeit $T_{ab}<T_z$ neu.

Dieser Regelzyklus lässt sich am Signalfluss im Bild ❷b am besten verfolgen. Die Zykluszeit T_z ist die Zeit, die benötigt wird, um den PID-Regel-Algorithmus R_i zu durchlaufen.

Der digitale Rechner kann nur seriell arbeiten und muss nacheinander den P-, I-, und D-Anteil abarbeiten und addieren. Dann kann ein neuer Regelzyklus beginnen. Daraus folgt, dass die Abtastzeit T_{ab} nie kleiner als die Zykluszeit T_z sein kann:

$$T_z \le T_{ab} \quad (4)$$

Damit sind die Grenzen für die Abtastzeit T_{ab}, die die Genauigkeit der digitalen Regelung beeinflusst, festgelegt:



❶ **Ablaufdiagramm zu den Gruppen technischer Systeme**

$$T_z \le T_{ab} \le 0{,}1\ T_{min} \quad (5)$$

Die Zykluszeit T_z als untere Grenze wird bestimmt durch die Prozessorfrequenz f mit der Taktperiode $T_p = 1/f$ und die Anzahl n der Rechentakte für die Berechnung des PID-Regel-Algorithmus nach Gleichung 2. Bestimmend ist aber auch die Frequenz des Bussystems f_B mit der Taktperiode $T_B = 1/f_B$, das den Datentransfer zwischen dem System über den A/D-D/A-Wandler mit dem Computer übernimmt. Damit ist die Zykluszeit T_z eine Funktion von

$$T_z = f(n \cdot T_P, T_B) \quad (6)$$

Daraus folgt, dass mit steigender Frequenz des Rechners die Taktperiode T_P abnimmt. Die Zykluszeit T_z fällt und die Abtastzeit T_{ab} kann weiter gesenkt werden. Folge: Die Abtastpunkte auf der analogen Kurve liegen dichter beieinander und der Abtastfehler wird kleiner. Damit nähert sich die digitale Regelung immer mehr der analogen an. Beispiel: Bei einem Rechner mit einer Prozessor-Taktfrequenz $f = 66$ MHz und einer Busfrequenz $f_B = 33$ MHz betrug die Abtastzeit $T_{ab} = 2{,}5$ ms. Mit dieser Abtastzeit arbeitete die digitale Regelung im Versuchsaufbau so genau, dass zwei Motorantriebe im Multitasking-Betrieb ruckfrei und glatt liefen. Wird ein Industrie-Rechner mit MMX-Prozessor (166 MHz) und einer Busfrequenz $f_B = 66$ MHz eingesetzt, kann die Abtastzeit auf $T_{ab} = 1{,}25$ ms herabgesetzt werden, weil der Datentransfer über den Systembus zu den Wandlern doppelt so schnell verläuft.

Bereits in [2] wurde kurz auf die Eigenschaften der digitalen Regelung eingegangen und ausgeführt, dass die Regelung aufgrund der kleinen Abtastzeit T_{ab} = 2,5 ms bezogen auf die Hauptzeitkonstante $T_H = T_{max}$ = 0,8 s quasi analog arbeitet.

Daraus folgt, dass für die Optimierung der PID-Regel-Algorithmus als virtueller Regler R_{virt} in der analogen PID-Regler-Schaltungsart dargestellt werden kann. Damit lässt sich die digitale Regelung parallel zur analogen Standard-Regelung ohne den hohen mathematischen Aufwand der z-Transformation behandeln.

Bei schnellen digitalen Antriebsregelungen ist die kleinste Zeitkonstante T_{min} nach Gleichung 5 für die Präzision entscheidend. Aber auch die größte Zeitkonstante T_{max} des Systems hat ihren Einfluss in der Form, dass sich die Abtastzeit T_{ab} entsprechend größer wählen lässt. In der Praxis hat sich dies schon bei der Antriebsregelung nach Bild ❷a gezeigt. Das gesamte Systemverhalten wird fast allein von der mechanischen Zeitkonstante $T_s = T_{max}$ bestimmt.

Um auch die Hauptzeitkonstante T_{max} bei der Beurteilung der Präzision mit zu berücksichtigen, wird zeitliche die Abweichung Δf_t aus der Abtastzeit T_{ab} definiert zu

$$\Delta f_T = 100\,\frac{T_{ab}}{T_{max}}\,[\%] \qquad (7)$$

Für die Antriebsregelung des Motor-Generatorsatzes folgt

$$\Delta f_t = 100\,\frac{2{,}5\cdot 10^{-3}\ s}{0{,}8\ s} = 0{,}3125\,\% \qquad (8)$$

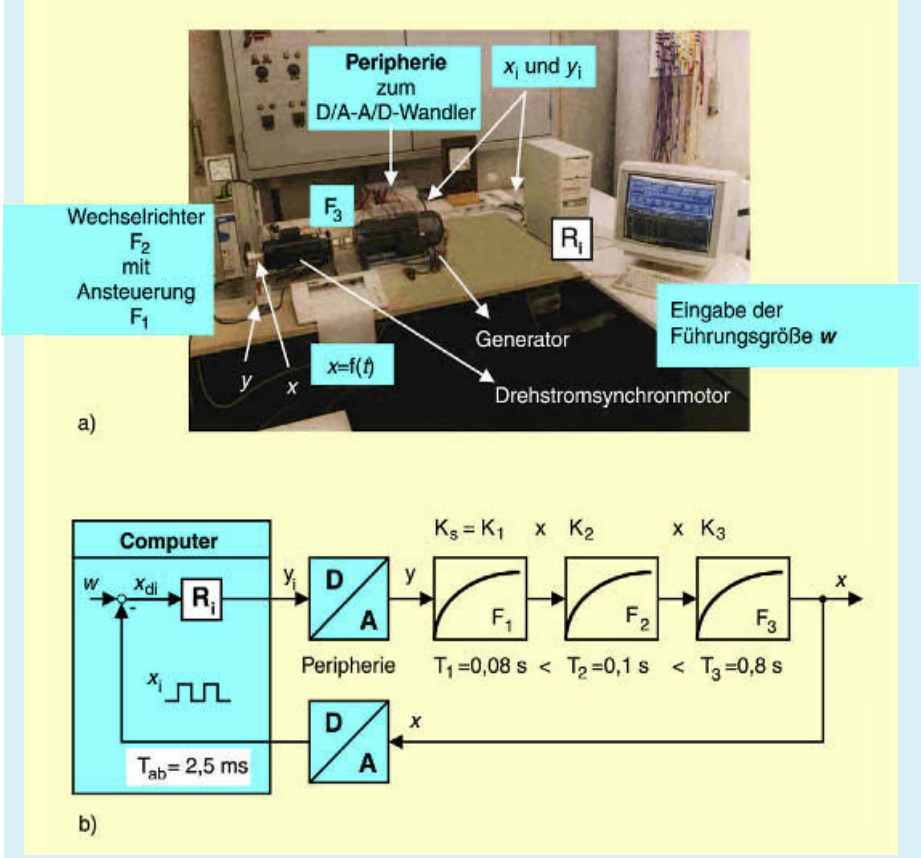
Bei einer Abtastzeit T_{ab} = 1,25 ms reduziert sich der „Echtzeit“-Fehler auf

$$\Delta f_t = 100\,\frac{1{,}25\cdot 10^{-3}\ s}{0{,}8\ s} = 0{,}158\,\% \qquad (9)$$

Dieser Fehler pflanzt sich nicht fort, sondern wird bei jedem neuen Abtasten T_{ab} der Stammfunktion $x = f(t)$ der analogen Regelgröße x auf null gesetzt, und der Regelzyklus beginnt neu.

Mit diesen Berechnungen zur Abtastzeit T_{ab} sind die Einführungen zur Hardware mit dem Aufbau im Bild ❷a und der Wirkungsweise mit Signalflußdiagramm der digitalen Regelung Bild ❷b abgeschlossen.

Die Überlegungen zu den Grundlagen der digitalen Regelung werden in einem Folgebeitrag noch um die Ableitung des PID-Regel-Algorithmus erweitert. Diese Ableitung ist das Kernstück der digitalen Regelung und basiert auf der numerischen Mathematik mit der Ableitung der Integration nach der Rechteck- und Trapezregel und das Zurückführen des Differenzialquotienten auf den Differenzenquotienten. Dabei wird die Gleichung des PID-Reglers durch die Digitalisierung in den PID-Regel-Algorithmus überführt, da der Digitalrechner nicht direkt integrieren und differenzieren, sondern nur Zahlen addieren und subtrahieren kann.



Legende: x_{di} = Regeldifferenz
Die Systeme mit T_1, T_2 und T_3 bilden den Regelkreis mit dem optimalen Verlauf: $x = f(t)$
Abtastzeit: $T_{ab} = (t_i - t_{[i-1]})$ mit $t_i = i \cdot T_{ab}$ (diskretisierter Zeitwert von t)

$T_{ab,\,max} = 0{,}1 \cdot T_{min} = 8$ ms in den Grenzen $T_z \le T_{ab} \le 0{,}1\ T_{min}$ mit $T_P = 1/f$

R_i = PID-Algorithmus

$$y_i = K_P x_{di} + \frac{T_{ab}}{T_I}\sum_{i=0}^{n} x_{di} = \frac{T_D}{T_{ab}}\left(x_{di} - x_{d[i-1]}\right)$$

❷ Aufbau der digitalen Computer-Regelung
a) digitale Computer-Regelung eines Motor-Generatorsatzes
b) Signalflussdiagramm der digitalen Regelung

3 Prinzip der digitalen Zweipunkt-Regelung

Die Zweipunkt-Temperatur-Regelung ist die wichtigste nichtlineare und nichtstetige Regelung. Sie kommt in der Praxis häufig vor, sowohl bei Haushaltsgeräten als auch in Industrieanlagen.

Der Zweipunkt-Regler lässt sich auch auf dem Computer simulieren: Mit der „logischen 0“ entsprechend der Reglerfunktion AUS und der „logischen 1“ als EIN. Dies wird durch folgende logischen Entscheidungen entsprechend der Regeldifferenz x_{di} realisiert:

$$x_{di} = w - x_i \qquad (10)$$

Dann ist

IF $x_{di} < 0$ **THEN** $y_i = y_{i,\,max} \longrightarrow y = y_{max} = Q_{max}$
IF $x_{di} \ge 0$ **THEN** $y_i = 0 \longrightarrow y = Q = 0$

Darin ist Q_{max} die volle Heizleistung. Das obige Gleichungspaar ist der Kern des Algorithmus für die Zweipunkt-Regelung. Dafür wird ein A/D-Eingang für die analoge Regelungsgröße x und für die digitale Stellgröße y_i ein D/A-Ausgang benötigt.

Das stetige System drückt dem Regelkreis mit digitalem Zweipunkt-Regler sein stetiges Verhalten auf. Der optimale Verlauf der Zweipunkt-Regelung $x = f(t)$ ist im gesamten gemessenen Bereich stetig und gleichmäßig stetig differenzierbar [3].

Literatur

[1] *Dittmar, E.:* Systeme 1. Ordnung mit der Systemanalyse eines Elektroantriebes. Elektropraktiker Berlin, 56(2002) 4, S. 286-289.
[2] *Dittmar, E.:* Stetigkeit und stetige Differenzierbarkeit der Systeme. Elektropraktiker Berlin, 57(2003)1, S. 34- 38.
[3] *Dittmar, E.:* Grundlagen und Optimierung von Regelsystemen. Bamberg: Druckerei K. Urlaub 1990.