

Praktische Grundlagen von Regelsystemen

Stetigkeit und Systemdynamik unter dem Einfluss des Regelgetriebes

Prof. E. Dittmar, Gummersbach

Im letzten Beitrag [1] wurde der Systembegriff definiert und sein Einfluss auf den Elektroantrieb, dem wichtigen Element der Regelsysteme und der Automatisierungstechnik, untersucht. Dabei führte der System-Energie-Ansatz ohne Umwege über einzelne Teilgleichungen direkt zur Differentialgleichung des Gesamtsystems. Im Mittelpunkt dieses Beitrags steht der Einfluss von Messort und Getriebe auf die Regeldynamik.

1 Einführung

Für den Beweis der Stetigkeit und stetigen Differenzierbarkeit werden die Ergebnisse des anschaulichen Beispiels eines Elektroantriebs aus [1] mit einigen Änderungen übernommen.

2 System für Antriebsregelung mit Berechnung des Regelgetriebes

Eine Änderung besteht darin, dass die Drehzahl n_{AM} an der Arbeitsmaschine erfasst wird (Bild 1). Damit ist der Messort MO_m des Tachodynamos von der Motorwelle auf die Antriebswelle der Arbeitsmaschine MO_{AM} verlegt worden (Bild 2). Der Vorteil ist, dass die niedrige tatsächlich zu regelnde Drehzahl $n_{AM} = x$ als Regelgröße erfasst wird. Weil die Drehzahl an sehr vielen Arbeitsmaschinen niedriger, meistens viel niedriger, als die Motordrehzahl $n = 1500 \dots 3000$ [U/min] ist, ergibt sich beim selben Tachodynamo als Messwertgeber eine höhere Auflösung und damit Genauigkeit der gesamten Regelung. Es gilt der Grundsatz, dass nur so genau geregelt werden kann, wie die Regelgröße erfasst werden kann.

Doch bei dem Verlegen des Messortes MO von der Motorwelle auf die Welle der Arbeitsmaschine muss das Massenträgheitsmoment Θ_m des Motors über das Getriebe hinweg auf die Seite der Arbeitsmaschine transformiert werden. Die einzelnen Massenträgheitsmomente Θ_i ändern sich dabei nicht. Aber der Einfluss der Getriebe $\ddot{u} \geq 1$ auf die Dynamik und

auch auf die System-Zeitkonstante $T_{m,AM}$ ist erheblich und soll jetzt mathematisch untersucht werden. Dies wird leider in vielen Lehrbüchern der Regelungstechnik überhaupt nicht erwähnt. Statt dessen verdunkelt oft ein hoher mathematischer Aufwand mit Matrizenrechnung die technischen, physikalischen Zusammenhänge. Wie wichtig aber der Einfluss des Getriebes mit $\ddot{u} \geq 1$ ist, wird nachfolgend bewiesen (siehe auch 2.1: Fallunterscheidung für MO)

Der Übertragungsfaktor K_m des Antriebs ist nach Bild 1:

$$K_m = \frac{n_{AM}}{U_m} = \frac{U_T}{U_m} = \frac{x}{x_e} \quad (1)$$

Der Elektroantrieb ist dynamisch ein rein mechanisches System und die gesamte gespeicherte mechanische Energie ist nach Gleichung 6 [1]:

$$E_k = \frac{1}{2} \Theta_A \omega_{AM}^2 \quad (2)$$

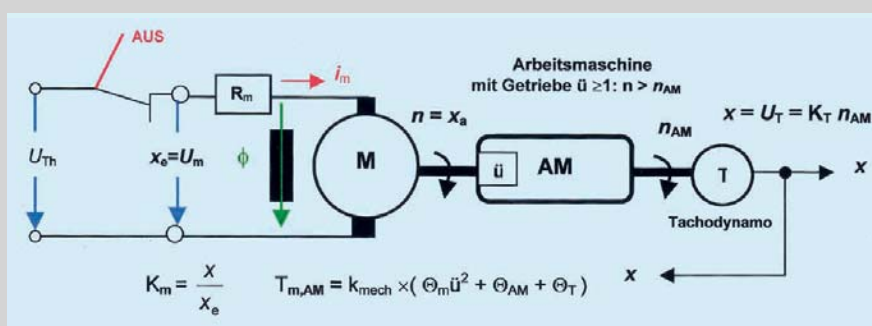
Diese setzt sich zusammen aus der im Läufer mit Getriebewelle und Ritzel auf der Antriebsseite gespeicherten mechanischen Energie E_m mit dem Massenträgheitsmoment Θ_m des Motors und der in der Arbeitsmaschine gespeicherten Energie E_{AM} mit dem Massenträgheitsmoment und dem Getrieberitzel Θ_{AM} und dem Tachodynamo $\Theta_T > 0$:

$$E_k = E_m + E_{AM} + E_T \quad \text{mit}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \Theta_m \omega_m^2$$

$$E_{AM} = \frac{1}{2} \Theta_{AM} \omega_{AM}^2 \quad (3)$$

$$E_T = \frac{1}{2} \Theta_T \omega_{AM}^2$$

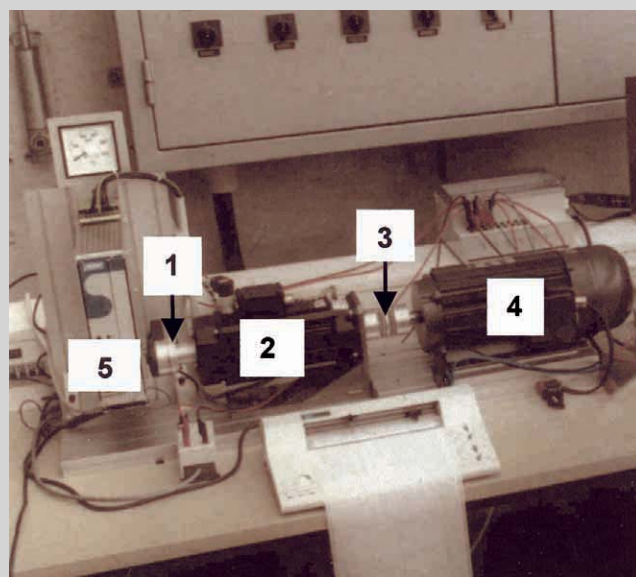


1 Motorantrieb mit Tachodynamo an der Arbeitsmaschine

2 Frequenzumformersatz

Legende:

- 1 Tachodynamo am Kopf der Motorwelle
- 2 Synchronmotor mit Permanentmagnetläufer
- 3 Direkte Kupplung $\ddot{u}=1$
- 4 Generator frequenzge-regelt
- 5 Wechselrichter



Autor

Prof. Edgar Dittmar ist beamteter Professor für elektronische Steuerungstechnik, Regel- und Computersysteme der Universität Siegen.

Die Komponenten in Gleichung 3 eingesetzt, mit 2 multipliziert und ω_{AM}^2 ausgeklammert, ergibt:

$$\Theta_A \omega_{AM}^2 = \Theta_m \omega_m^2 + (\Theta_{AM} + \Theta_T) \omega_{AM}^2 \quad (4)$$

Der Tachodynamo sitzt auf der Antriebswelle der Arbeitsmaschine und ist somit der Messort MO_{AM} der Regelgröße x . Damit muss das gesamte Massenträgheitsmoment Θ auf die Getriebeseite der Arbeitsmaschine transformiert werden. Die Drehzahlübersetzung gilt auch für die Winkelgeschwindigkeit:

$$\begin{aligned} \omega_m &= \dot{\omega}_{AM} \\ n &= \dot{n}_{AM} \text{ mit } n = \frac{30}{\pi} \omega \end{aligned} \quad (5)$$

(siehe Gleichung 6 [1]) und meistens $\dot{\omega} \geq 1$.

Die Winkelgeschwindigkeit ω des Motors wird in Gleichung 4 eingesetzt:

$$\begin{aligned} \Theta_A \omega_{AM}^2 &= \\ \Theta_m \dot{\omega}_{AM}^2 &+ (\Theta_{AM} + \Theta_T) \omega_{AM}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Das Quadrat der Winkelgeschwindigkeit ω_{AM}^2 kürzt sich heraus. Das ergibt das Massenträgheitsmoment Θ_A auf der Antriebsseite des Getriebes zu

$$\Theta_A = \Theta_m \dot{\omega}_{AM}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T \quad (7)$$

Daraus folgt zusammen mit der mechanischen Konstante des Motors k_{mech} (siehe Gleichung 1 [1]) die Zeitkonstante des Antriebs:

$$T_{m,AM} = k_{mech} (\Theta_m \dot{\omega}_{AM}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T) \quad (8)$$

In der Motorenkonstante k_{mech} sind alle festen Werte wie Polpaarzahl, Anzahl der Leiter der Ständerwicklung und auch der Widerstand R_m enthalten. Diese ist unabhängig vom Messort MO und der Transformation des Massenträgheitsmoments des Motors Θ_m .

Das Massenträgheitsmoment des Motors Θ_m wird mit dem Quadrat der Getriebeübersetzung $\dot{\omega}$ auf die Seite der Antriebswelle der Arbeitsmaschine AM transformiert. Der Tachodynamo sitzt direkt auf der Welle der Arbeitsmaschine. Dies ist auch der Messort MO_{AM} für die Regelgröße. Ein Beispiel dafür sind die Walzen einer Walzstraße.

Der 2. Fall tritt ein, wenn der Tachodynamo direkt am Kopf der Motorwelle sitzt. Dann werden die Massenträgheitsmomente Θ_{AM} und Θ_T an den Messort an der Motorwelle transformiert:

$$\Theta_m^* = \Theta_m + \frac{1}{\dot{\omega}^2} (\Theta_{AM} + \Theta_T) \quad (9)$$

Daraus folgt die System-Zeitkonstante T_m :

$$T_m = k_{mech} (\Theta_m + \frac{1}{\dot{\omega}^2} (\Theta_{AM} + \Theta_T)) \quad (10)$$

Wird der Messort auf den Kopf der Motorwelle gelegt (Bild 2), dann transformieren sich das meist große Massenträgheitsmoment der Arbeitsmaschine Θ_{AM} und auch das kleine Massenträgheitsmoment Θ_T mit dem reziproken Quadrat der Getriebeübersetzung auf die Motorseite. Diese Lösung ist in der Praxis oft zu finden. Der Tachodynamo ist gegenüber dem digitalen Drehzahlgeber noch weit verbreitet und hat für schnelle hybride Kaskadenregelungen wichtige Vorteile auch bei modernen Drehstrom-Synchronmotoren mit einem Permanentmagneten als Läufer.

2.1 Fallunterscheidung bezogen auf Getriebe und Messort

Es werden nun die Fälle über den Messort MO zusammengestellt, der angibt, ob der Tachodynamo auf der Kopfseite der Motorwelle MO_m sitzt oder auf der Welle der Arbeitsmaschine MO_{AM} hinter dem Getriebe:

Messort MO_{AM} . Der Tachodynamo ist an der Arbeitsmaschine angebracht (Bild 1), was meistens bei schweren Arbeitsmaschinen angewandt wird, z. B. bei der Untersetzung in Walzwerken. Hier muss das Getriebe $\dot{\omega} > 1$ die Drehzahl des Motors untersetzen, weil die erste Walze, in die die glühende Bramme einläuft, nicht mit 1500 U/min drehen kann. Die nachfolgenden Walzgerüste brauchen ebenfalls ein Regelgetriebe, um die Drehzahl der nachfolgend schneller werdenden Walzen anzupassen, damit die Motorantriebe im Nenn-Arbeitspunkt arbeiten. Dann arbeitet der Motorantrieb mit seinem besten Wirkungsgrad. Bei dieser Wahl des Messortes wird das Massenträgheitsmoment des Motors Θ_m mit dem Quadrat der Getriebeübersetzung $\dot{\omega} \geq 1$ auf den Messort transformiert:

$$\Theta_A = \Theta_m \dot{\omega}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T \quad (7)$$

Die System-Zeitkonstante auf der Seite der Arbeitsmaschine ist

$$T_{m,AM} = k_{mech} (\Theta_m \dot{\omega}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T) \quad (8)$$

Messort MO_m . Der Tachodynamo ist am Motor angebracht (Bild 1a in [1]), meistens auf der Stirnseite der Motorwelle. Das Massenträgheitsmoment Θ_{AM} wird auf die Motorseite des Getriebes transformiert:

$$\Theta_m^* = \Theta_m + \frac{1}{\dot{\omega}^2} (\Theta_{AM} + \Theta_T) \quad (9)$$

Die System-Zeitkonstante auf der Motorseite ist

$$T_m = k_{mech} (\Theta_m + \frac{1}{\dot{\omega}^2} (\Theta_{AM} + \Theta_T)) \quad (10)$$

Die Arbeitsmaschine läuft frei. Daraus

folgt, dass ein mögliches Getriebeispiel, auch fälschlich Totzeit genannt, von der Regelung nicht erfasst werden kann. Grundsätzlich müssen daher an die Getriebe in der Antriebsregelung hohe Ansprüche an die Präzision bei der Fertigung gestellt werden.

$\dot{\omega} = 1$. Die zwei Drehzahlen sind gleich $n = n_{AM}$, der Messort kann am Motor oder der Arbeitsmaschine sein. Meistens wird die Stirnseite der Motorwelle gewählt, weil sie besser zugänglich ist. Das Massenträgheitsmoment ist

$$\Theta_m^* = \Theta_{AM} = (\Theta_m + \Theta_T + \Theta_{AM}) \quad (11)$$

In diesem speziellen Fall addieren sich einfach die Massenträgheitsmomente, die Zeitkonstanten werden gleich:

$$T_m = T_{m,AM} \quad (12)$$

Dieser Spezialfall beinhaltet auch, dass schnell laufende Arbeitsmaschinen kein Getriebe benötigen. Bild 2 zeigt einen Frequenzumformersatz, der durch einen modernen Synchronmotor mit Permanentmagnet-Läufer angetrieben wird. Der Drehstrom-Synchronmotor arbeitet schlupffrei, wodurch sich mit Hilfe der Drehzahlregelungen eine hohe Frequenzkonstanz des Generators ergibt.

Das Ergebnis dieser Betrachtungen ist, dass der Messort MO ähnlich wie der Störgrößen-Angriffspunkt wichtig für die Dynamik des Regelkreises ist. Der Messort der Regelgröße x muss dort liegen, wo die Zeitkonstante T des Antriebs gemessen wurde. Er darf nicht beliebig verlegt werden, wie die folgende Berechnung zeigt.

Der Messort MO der Regelgröße x wird von der Motorwelle (Bild 1a in [1]) auf die Welle der Arbeitsmaschine verlegt. Es wird Gleichung 8 durch Gleichung 10 geteilt:

$$\begin{aligned} \frac{T_{m,AM}}{T_m} &= \\ \frac{k_{mech} (\Theta_m \dot{\omega}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T)}{k_{mech} (\Theta_m \dot{\omega}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T) : \dot{\omega}^2} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{T_{m,AM}}{T_m} &= \\ \frac{(\Theta_m \dot{\omega}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T)}{(\Theta_m \dot{\omega}^2 + \Theta_{AM} + \Theta_T) : \dot{\omega}^2} \end{aligned} \quad (13a)$$

Weil die Transformation von der Motorwelle auf die Seite der Welle der Arbeitsmaschine am selben Motor vorgenommen wird, kürzt sich die Motorkonstante k_{mech} heraus:

$$T_{m,AM} = \dot{\omega}^2 T_m \quad (14)$$

Die Transformation der System-Zeitkon-

stanten mit dem Quadrat der Getriebeübersetzung verblüfft zunächst, ist aber das Ergebnis der konsequenten Anwendung des Energie-Satzes. Es gilt der altbekannte Satz der Mechanik: *Was an Kraft gewonnen wird, geht am Weg und damit an Zeit verloren.*

Für die Rotationsbewegung folgt daraus: Wenn durch die Untersetzung $\ddot{u} > 1$ das Moment M_{AM} der Arbeitsmaschine größer wird als das Motormoment, wird die Drehzahl geringer und die Zeitkonstante T_{AM} und damit der Zeitverlust größer

$$\begin{aligned} M_m &< M_{AM} \\ T_{m,AM} &> T_m \end{aligned} \quad (15)$$

Die Massenträgheitsmomente Θ_i und die mechanische Motorenkonstante bleiben bei dem selben Motor absolut konstant. Das Getriebe $\ddot{u} \geq 1$ mit der Wahl des Messortes transformiert die Zeitkonstante $T_{m,AM}$ des Systems.

Nur bei einem Getriebe $\ddot{u} = 1$ wird beim Antrieb nach Bild 2: $T_{m,AM} = T_m$.

Beispiel: Die Zeitkonstante sei $T_m = 0,4$ s auf der Motorseite MO_m gemessen und die Getriebeübersetzung $\ddot{u} = 2$. Verlegt man den Messort MO von der Motorseite MO_m auf

die der Arbeitsmaschine MO_{AM} , ohne den Regler R anzupassen, würde die Antriebsregelung nicht mehr optimal laufen. Aus der Gleichung 14 ergibt sich die transformierte Zeitkonstante $T_{m,AM}$ zu

$$T_{m,AM} = \ddot{u}^2 T_m = 2^2 \cdot 0,4 \text{ s} = 1,6 \text{ s} \quad (14a)$$

Der Regler hat jetzt dynamisch ein ganz anderes System vor sich und arbeitet nicht mehr optimal, aber möglicherweise noch stabil.

3 Zeitvariante Antriebssysteme mit Einfluss des Messortes

Es sei noch kurz erwähnt, dass es bei den stetigen Systemen auch solche gibt, die auch durch lineare Differentialgleichungen beschrieben werden, aber zeitvariante Systemkonstanten haben [5]:

$$\begin{aligned} T \frac{d}{dt} x_a + x_a &= K x_e \\ \text{mit } K &= f(t) \\ \text{und } T &= f(t) \end{aligned} \quad (16)$$

Die wichtigsten Systeme dieser Art findet man in der Antriebsregelung bei Ferti-

gungsstraßen wie beim Walzwerk und beim Herstellen von Folien und Feindraht für die Mikroelektronik.

Bei Walzwerken und den verwandten Verfahren nimmt die Geschwindigkeit des Walzgutes mit dem dünner werdenden Material proportional nicht exakt zu, weil das Material auch in die Breite geht. Bei einem Karosserie-Blech-Walzwerk, bei dem die Bramme, ein rotglühender Quader mit einer Dicke von mindestens 25 cm, in das 1. Walzengerüst einläuft, steigert sich die Bandgeschwindigkeit auf über 10 m/s in der letzten Walzenstation, wo das Karosserieblech nur noch 0,8 mm dünn ist. Danach wird es in der letzten Station zu einer Blechrolle, dem Coil, aufgewickelt. Diese Coil-Station ist auch Drehzahl geregelt, aber ein System, bei dem die Zeitkonstante T_C mit dem größer werdenden Coil-Radius r_c mit der Zeit t zunimmt.

Nach den Gesetzen der Mechanik ändert sich die Zeitkonstante:

$$T_{Coil} = f(r(t)^4) \quad (17)$$

Die Systemkonstante der Coil-Station T_C ändert sich mit der 4. Potenz der Zeit t bei einer Band-Geschwindigkeit von bis zu 15

m/s und die Umfangsgeschwindigkeit linear mit dem Radius. Die optimalen Regelkonstanten müssen mit der gleichen Rasan adaptiert werden. Für diese adaptive Regelung ist die digitale Regelung der Standard-Regelung weit überlegen [3]. Bei der Herstellung von Folie, die leicht zerreißen kann, ist die Zusatzaufgabe, die Zugkraft konstant und unter der Zerreißgrenze zu halten.

Bei der Fertigung von Karosserieblech kommt noch dazu, dass das Blech über die ganze Breite unbedingt plan sein muss. Welche Faktoren zu berücksichtigen sind, zeigt das nachfolgende Beispiel, bei dem wegen der Komplexität nur das Grundprinzip angedeutet werden kann: Am letzten Walzengerüst ist der Stellantrieb zur Regelung der Planheit angebracht. Der Messort MO zur Erfassung der Regelgröße x , der Planheit, liegt zwischen dem letzten Walzengerüst und der zuvor beschriebenen Coil-Station, die Zeitvarianz in das gesamte Regelsystem bringt. Es wird die Regelgröße x dreidimensional gemessen, ein sehr kompliziertes und zeitaufwendiges Verfahren, das allein schon eine Messzeit von $t_{\text{Messung}} = 0,25 \text{ s}$ braucht.

Der Messort MO der Regelgröße liegt über 5 m vom Stellort, dem letzten Walzengerüst, entfernt. Das ergibt eine zusätzliche Abhängigkeit des Systems vom Weg s , den das Stahlblech zwischen dem letzten Walzengerüst, dem Stellort MY, zur Mess-Station, dem Messort MO, der in einem extra Gebäude liegt, zurücklegen muss. Dadurch ergibt sich eine Transportzeit $T_T \leq 2 \text{ s}$ bei einer Bandgeschwindigkeit von $v_{\text{max}} = 10 \text{ m/s}$. Es kann immer nur alle 2 s ein Messwert ermittelt werden. Aber das Gesamtsystem vom ersten Walzengerüst bis zu der letzten Coil-Station verhält sich gleichmäßig und stetig. Es gibt daher keine Totzeit T_t . Eine echte Totzeit T_t , und das auch nur in der Anlaufphase, gibt es nur beim Förderband für Schüttgüter oder Stückgut über den ganzen Zeitbereich. Diese Transportzeit T_T wird oft mit der Totzeit T_t verwechselt. In der Praxis gibt es fast gar keine Totzeiten.

Die Transportzeit wird für die unterlagerte Planheitsregelung als größte Zeitkonstante System bestimmend:

$$0,25 \text{ s} \leq T_T \leq 2 \text{ s} \quad (18)$$

Da bei der digitalen Regelung die Abtastzeit

$$T_{\text{ab}} = 0,1 \cdot T_{\text{min}} \quad (19)$$

sein muss, was später noch erklärt wird, berechnet sich die Abtastzeit zu

$$T_{\text{ab}} = 0,1 \cdot T_T = 0,2 \text{ s} \quad (20)$$

Es müsste mindestens alle 0,2 s abgetastet

werden, d. h. ein Messwert ermittelt werden können, aber in Wirklichkeit steht nur alle 2 s ein Messwert zur Verfügung. Die digitale Regelung fällt außer Tritt. Hinzu kommt, dass die 3-dimensionale Messung schon 0,25 s braucht.

Es folgt daraus die wichtige Erkenntnis, dass das System oder die gesamte Anlage a priori gut regelbar geplant und gebaut wird. Eine Tatsache, die an und für sich klar ist, aber gegen die immer wieder verstoßen wird. Ein klassisches Beispiel dafür sind zu kleine Zuleitungsrohre in hydraulischen Antrieben auf der Seite der Stellgröße y (Bild 1 in [1]).

Es gibt aber eine hybride Lösung, die Planheit über ein Idealmodell zu steuern und zu regeln, das dem System das Verhalten einprägt.

4 Fazit

Der System-Energie-Ansatz führte im letzten Beitrag [1] direkt zu den Differentialgleichungen des Motorantriebs. Auch in diesem Beitrag wurde der Ansatz mit der System-Energie nach Gleichung 3 zur Berechnung des Regelgetriebe und der Transformation des Messortes MO gemacht. Daraus folgen die Ergebnisse in den Gleichungen 8, 10 und 14. Die Bedeutung des Messortes der Regelgröße x , der in diesem Beitrag mit im Zentrum steht, ist in den Lehrbüchern ebenso selten zu finden wie die Berechnung der Regelgetriebe.

Die obigen ausführlichen Untersuchungen über das Massenträgheitsmoment Θ , die Hauptsystemgröße, bilden eine Grundlage für den noch folgenden Beweis für die Stetigkeit und die stetige Differenzierbarkeit. Gezeigt wird, dass alle technische Systeme, die einen Energieinhalt und damit eine System-Zeitkonstante T haben, analog sind, stetig, stetig differenzierbar sowie linear oder linearisierbar im Arbeitspunkt. Die Energie lässt keine Sprünge zu.

Literatur

- [1] Dittmar, E.: Systeme 1. Ordnung mit der Systemanalyse eines Elektroantriebes. Elektropraktiker, Berlin 56 (2002) 4. S. 286-289
- [2] Dittmar, E.: Grundlagen und Optimierung von Regelsystemen. Bamberg: Druckerei K. Urlaub
- [3] Dittmar, E.: Adaptive digitale Regelung. Patentschrift Nr.: 27 28 163.6