

Berechnung der Erdungswiderstände ringförmiger Erder

E. Hering, Dresden

Es wird die Vorausberechnung der Ausbreitungswiderstände ringförmiger Erder erläutert. Der Ring kann kreisförmige, quadratische oder rechteckige Form haben, wobei die zuletzt genannte wegen des entsprechenden Grundrisses der meisten Gebäude am häufigsten vorkommt. Der Beitrag berücksichtigt sowohl Fundamenterder als auch erdgebettete Erder. Die beschriebenen Berechnungsmethoden können unter der Voraussetzung angewendet werden, dass der spezifische Erdwiderstand zumindest unterhalb der Frostgrenze (in Deutschland durchschnittlich 0,7 m unter der Geländeoberfläche) in allen Tiefen gleich („homogener Erdstoff“) und dem Berechner bekannt ist.

1 Ausbreitungswiderstand, Erdungswiderstand und Erdungsimpedanz

Für die Wirksamkeit einer Erdungsanlage ist vor allem deren Scheinwiderstand (Erdungsimpedanz) Z_E maßgebend, der sich gemäß Bild 1 aus dem Wirkwiderstand in Form des Erdungswiderstands R_E und dem Blindwiderstand X_E zusammensetzt. Der Erdungswiderstand R_E seinerseits ist die Summe aus dem Ausbreitungswiderstand R_A , dem Wirkwiderstand R_{EE} des Erders selbst und dem Wirkwiderstand R_{EL} des Erdungsleiters (z. B. Anschlussfahne, Kabel).

Unter „Ausbreitungswiderstand“ versteht man den Teil des Erdungswiderstands, der vom Erdstoff gebildet wird, beim Fundamenterder zusätzlich vom Beton. Oftmals werden Ausbreitungswiderstand R_A , Erdungswiderstand R_E und Erdungsimpedanz Z_E nicht streng auseinander gehalten, weil sie sich in ihrem Betrag nur wenig voneinander unterscheiden, insbesondere bei Ringerdern.

2 Grundsätze der Berechnung

Der Ausbreitungswiderstand R_A ist dem spezifischen Erdwiderstand ρ (kleines Rho) proportional und ferner von den geometrischen Eigenschaften des Erders (Erderform, Erderabmessungen, Leiterform, Leiterabmessungen, Lage zur Geländeoberfläche) abhängig. Der Einfluss der geometrischen Eigenschaften des Erders kann durch die geometrische Konstante g ausgedrückt werden [1].

Diese Größe mit der Einheit m hat den Vorteil, dass sie

- unabhängig vom spezifischen Erdwiderstand ρ in Formeln, Diagrammen und Tabellen angegeben werden kann und
- Vergleiche zwischen Erdern mit unterschiedlichen geometrischen Eigenschaften erleichtert.

Darum ist es zweckmäßig, zunächst sie zu ermitteln, was noch näher beschrieben wird. Anschließend kann der Ausbreitungswiderstand R_A aus dem spezifischen Erdwiderstand ρ und der geometrischen Konstante g errechnet werden:

$$R_A = \frac{\rho}{g} \quad (1)$$

In den nachstehenden Berechnungen ist als d der Durchmesser von rundem Erdmaterial einzusetzen – in m, wie auch alle anderen Längenmaße. Bei flachem Material kann für d als „wirksamer Durchmesser“ das 0,5-fache der Breite zuzüglich dem 0,6-fachen der Dicke eingesetzt werden, z. B.

- bei 30 mm x 3,5 mm:
0,015 m + 0,002 m = 0,017 m
- bei 40 mm x 4 mm:
0,020 m + 0,002 m = 0,022 m.

Man liegt auf der sicheren Seite, wenn man einfach die halbe Breite einsetzt [2][3], z. B. 0,015 m bei 30 mm x 3,5 mm, 0,020 m bei 40 mm x 4 mm.

Die Auswirkung dieses kleinen Unterschieds ist gering, weil die Größe d logarithmisch in die Rechnung eingeht.

Die Vorausberechnung des Ausbreitungswiderstands ist im Allgemeinen schon objektiv (d. h. ohne Einfluss des Ausführenden) mit Ungenauigkeiten behaftet, vor allem dadurch, dass der spezifische Erdwiderstand nicht genau ermittelt werden kann und Schwankungen unterliegt. Das muss man bei den Erwartungen, die man an die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse stellt, berücksichtigen. Aus dem gleichen Grund wäre

es zwecklos, die Berechnung allzu genau durchzuführen. Andererseits sollte vermieden werden, dass bei der Berechnung erhebliche Ungenauigkeiten hinzukommen.

3 Fundamenterder

Beim Fundamenterder muss gegenüber der Gl. (1) noch ein Korrekturfaktor f eingeführt werden, weil der Beton einen etwas größeren spezifischen Widerstand als der umgebende Erdstoff haben kann, insbesondere dadurch, dass er trockener ist als dieser. Es wird vorgeschlagen, ihn bei einer Tiefe des Fundamenterders von mindestens 1 m unter der Geländeoberfläche mit 1,05 und sonst mit 1,1 einzusetzen. Somit errechnet sich der Ausbreitungswiderstand R_A wie folgt:

$$R_A = \frac{f \cdot \rho}{g} \quad (2)$$

Die nachstehenden Berechnungen gelten eigentlich für kreisförmige Ringerder. Sie werden jedoch unverändert auch auf quadratische Ringerder angewandt [2][3], wobei die Seitenlänge für den Durchmesser eingesetzt wird:

$$D = s \quad (3)$$

Für Rechteckige Ringerder gilt:

$$D = \frac{0,85 \cdot l + 1,15 \cdot b}{2} \quad (4)$$

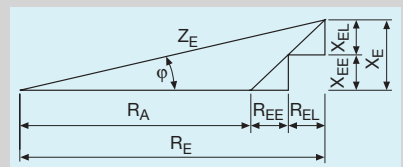
D Durchmesser des kreisförmigen Ringerders

s Seitenlänge des quadratischen Ringerders

l Länge des rechteckigen Ringerders

b Breite des rechteckigen Ringerders.

Für einen an der Grenzfläche zwischen dem Bettungsstoff (Beton oder Erdstoff) und der Luft (also an der Geländeoberfläche)



1 Widerstandsdiagramm einer Erdungsanlage

R_A Ausbreitungswiderstand; R_E Erdungswiderstand (Wirkwiderstand der Erdungsanlage); R_{EE} Wirkwiderstand des metallenen Leiters, der den Erder bildet; R_{EL} Wirkwiderstand des Erdungsleiters (z. B. Anschlussfahne, Kabel); X_E Erdungsreaktanz (Blindwiderstand der Erdungsanlage); X_{EE} Reaktanz des metallenen Leiters, der den Erder bildet; X_{EL} Reaktanz des Erdungsleiters; Z_E Erdungsimpedanz (Scheinwiderstand der Erdungsanlage); φ Impedanzwinkel

Autor

Dipl.-Ing. (FH) Enno Hering ist Mitglied des AK „Starkstromanlagen bis 1000 V“ des VDE-Bezirksvereins Dresden.

Tafel 1 Korrekturgröße K_d in Abhängigkeit vom Verhältnis D/d

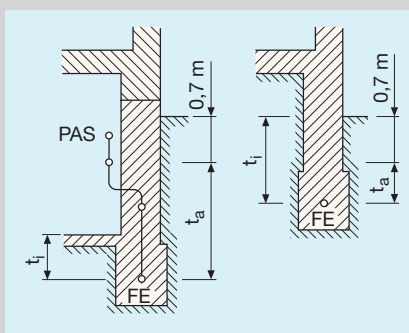
D/d	K_d	D/d	K_d
30	10,81	800	17,38
35	11,12	900	17,61
40	11,39	1000	17,82
45	11,62	1200	18,19
50	11,83	1400	18,50
60	12,20	1600	18,76
70	12,51	1800	19,00
80	12,77	2000	19,21
90	13,01	2200	19,40
100	13,22	2400	19,58
120	13,58	2600	19,74
140	13,89	2800	19,88
160	14,16	3000	20,02
180	14,40	3500	20,33
200	14,61	4000	20,60
250	15,05	4500	20,83
300	15,42	5000	21,04
350	15,72	6000	21,41
400	15,99	7000	21,72
450	16,23	8000	21,98
500	16,44	9000	22,22
600	16,80	10^4	22,43
700	17,11		

Die Werte wurden nach Gl. (6) errechnet.

Tafel 3 Korrekturgröße K_t in Abhängigkeit von p

p	K_t	p	K_t	p	K_t
0,014	19,82	0,09	9,05	0,9	4,25
0,015	18,99	0,10	8,80	1,0	4,03
0,016	18,26	0,12	8,40	1,1	3,83
0,017	17,62	0,14	8,07	1,2	3,65
0,018	17,05	0,16	7,80	1,3	3,48
0,019	16,54	0,18	7,56	1,4	3,32
0,020	16,08	0,20	7,35	1,5	3,18
0,022	15,28	0,22	7,15	1,6	3,05
0,024	14,62	0,24	6,97	1,7	2,93
0,026	14,06	0,26	6,81	1,8	2,82
0,028	13,58	0,28	6,66	1,9	2,72
0,030	13,16	0,30	6,52	2,0	2,62
0,035	12,32	0,35	6,21	2,2	2,44
0,040	11,68	0,40	5,94	2,4	2,28
0,045	11,18	0,45	5,69	2,6	2,14
0,05	10,78	0,5	5,47	2,8	2,01
0,06	10,16	0,6	5,10	3,0	1,90
0,07	9,71	0,7	4,78	3,5	1,67
0,08	9,35	0,8	4,50	4,0	1,48

Die Werte wurden nach Angaben in [2] errechnet.



Tafel 2 Korrekturgröße K_d in Abhängigkeit von D und d

D in m	d in m			D in m	d in m		
	0,010	0,015	0,020		0,01	0,015	0,020
K_d				K_d			
1,4	13,89	13,08	12,51	9	17,61	16,80	16,23
1,6	14,16	13,35	12,77	10	17,82	17,01	16,44
1,8	14,40	13,58	13,01	12	18,19	17,38	16,80
2,0	14,61	13,80	13,22	14	18,50	17,69	17,11
2,2	14,80	13,99	13,41	16	18,76	17,95	17,38
2,4	14,97	14,16	13,58	18	19,00	18,19	17,61
2,6	15,13	14,32	13,74	20	19,21	18,40	17,82
2,8	15,28	14,47	13,89	22	19,40	18,59	18,01
3,0	15,42	14,61	14,03	24	19,58	18,76	18,19
3,5	15,72	14,91	14,34	26	19,74	18,92	18,35
4,0	15,99	15,18	14,61	28	19,88	19,07	18,50
4,5	16,23	15,42	14,84	30	20,02	19,21	18,64
5	16,44	15,63	15,05	35	20,33	19,52	18,94
6	16,80	15,99	15,42	40	20,60	19,79	19,21
7	17,11	16,30	15,72	45	20,83	20,02	19,45
8	17,38	16,57	15,99	50	21,04	20,23	19,66

Die Werte wurden nach Gl. (6) errechnet.

Tafel 4 Korrekturgröße K_t in Abhängigkeit von D und t

D in m	t in m									
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
K_t										
1,4	5,20	4,35	3,75	3,28	2,91	2,37	1,98	1,70	1,48	1,31
1,6	5,47	4,63	4,03	3,55	3,18	2,62	2,21	1,90	1,67	1,48
1,8	5,72	4,88	4,27	3,80	3,42	2,84	2,42	2,09	1,84	1,64
2,0	5,94	5,10	4,50	4,03	3,65	3,05	2,62	2,28	2,01	1,80
2,5	6,39	5,56	4,96	4,50	4,11	3,51	3,05	2,69	2,40	2,16
3,0	6,76	5,94	5,34	4,88	4,50	3,89	3,42	3,05	2,75	2,49
3,5	7,08	6,25	5,67	5,20	4,83	4,22	3,75	3,38	3,05	2,78
4,0	7,35	6,52	5,94	5,47	5,10	4,50	4,03	3,65	3,32	3,05
4,5	7,59	6,76	6,18	5,72	5,34	4,74	4,27	3,89	3,56	3,29
5	7,80	6,97	6,39	5,94	5,56	4,96	4,50	4,11	3,79	3,51
6	8,18	7,35	6,76	6,31	5,94	5,34	4,88	4,50	4,17	3,89
7	8,51	7,66	7,08	6,62	6,26	5,67	5,20	4,82	4,50	4,22
8	8,80	7,93	7,35	6,89	6,52	5,94	5,47	5,10	4,78	4,50
9	9,08	8,17	7,59	7,13	6,76	6,18	5,72	5,34	5,02	4,74
10	9,35	8,40	7,80	7,35	6,97	6,39	5,94	5,56	5,24	4,96
12	9,84	8,80	8,18	7,72	7,35	6,76	6,31	5,94	5,62	5,34
14	10,32	9,17	8,51	8,03	7,66	7,08	6,62	6,25	5,94	5,67
16	10,78	9,51	8,80	8,31	7,93	7,35	6,89	6,52	6,21	5,94
18	11,23	9,84	9,08	8,57	8,18	7,58	7,13	6,76	6,45	6,18
20	11,68	10,16	9,35	8,80	8,40	7,80	7,35	6,97	6,66	6,39
22	12,13	10,47	9,60	9,03	8,61	7,99	7,54	7,17	6,85	6,58
24	12,58	10,78	9,84	9,24	8,80	8,18	7,72	7,35	7,03	6,76
26	13,01	11,08	10,08	9,45	8,99	8,35	7,88	7,51	7,19	6,93
28	13,45	11,39	10,32	9,65	9,17	8,51	8,03	7,66	7,35	7,08
30	13,88	11,68	10,55	9,84	9,35	8,66	8,18	7,80	7,48	7,22
35	14,99	12,42	11,12	10,32	9,76	9,01	8,51	8,12	7,80	7,53
40	16,08	13,16	11,68	10,78	10,16	9,35	8,80	8,40	8,07	7,80
45	17,16	13,88	12,23	11,23	10,55	9,66	9,08	8,66	8,32	8,04
50	18,26	14,62	12,79	11,68	10,93	9,96	9,35	8,90	8,55	8,26

Die Berechnung der Werte erfolgte mit der Gleichung (8) (Ermittlung von p) und nach den Angaben in [2] (Umrechnung von p auf K_t wie bei der Tafel 2).

2 Erläuterung der Tiefen t_a und t_i

a) unterkellertes Gebäude

b) nicht unterkellertes Gebäude

t_a ab Frostgrenze (durchschnittlich 0,7 m unter Geländeoberfläche) gemessene Tiefe;

t_i ab Kellerfußboden, bei nicht unterkellertem Gebäude höchstens ab Geländeoberfläche gemessene Tiefe; FE Fundamenterde; PAS Potentialausgleichschiene

angeordneten Ringerder würde sich die geometrische Konstante g nach folgender Gleichung errechnen:

$$g = \frac{2\pi^2 \cdot D}{K_d} \quad (5)$$

K_d Korrekturgröße zur Berücksichtigung des Leiterdurchmessers d nach der (aus einem Diagramm in [2] entwickelten) Gl. (6) oder nach einer der Tafeln 1 und 2

$$K_d = 4,6052 \lg(D/d) + 4,01 \quad (6)$$

d nach Abschn. 2.

Diese Anordnung hat keine praktische Bedeutung. Weil der gefrorene Erdstoff nicht leitet, wird die Gl. (5) jedoch angewendet, wenn der Erder in der Ebene der Frostgrenze liegt, für die in Deutschland bei durchschnittlichen klimatischen Verhältnissen eine Tiefe von 0,7 m unter der Geländeoberfläche angenommen wird [3].

Bei größerer Legetiefe ergibt sich eine bessere Erderwirkung und damit die nach Gl. (7) zu berechnende größere geometrische Konstante g [2][3]:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot D}{K_d + K_t} \quad (7)$$

K_t von der Größe p abhängige Korrekturgröße zur Berücksichtigung der Tiefe t nach einer der Tafeln 3 und 4.

$$p = \frac{4t}{D} \quad (8)$$

$$t = \frac{t_a + t_i}{2} \quad (9)$$

t wirksame Tiefe

t_a ab Frostgrenze gemessene Tiefe

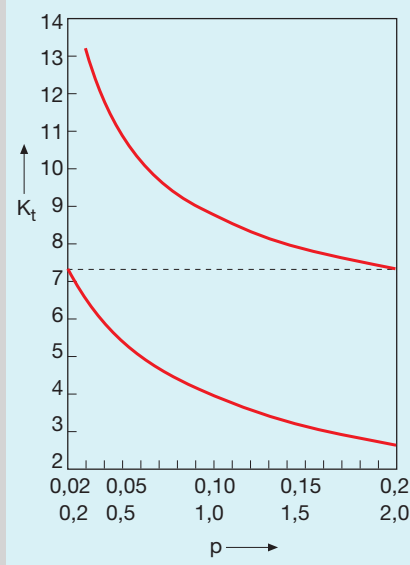
t_i ab Kellerfußboden (jedoch unterhalb isolierender Schichten), bei nicht unterkellerten Gebäuden ab Geländeoberfläche gemessene Tiefe

p nach Gl. (8) [2][3]

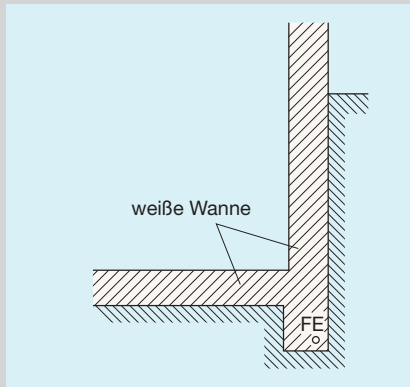
Die Maße t_a und t_i sind im Bild 2 demonstriert. Die Größen K_d , p und K_t sind dimensionslos.

Das Bild 3 ist vornehmlich zur Veranschaulichung gedacht, während zur Entnahme von Werten für die Berechnung besser die Tafel 3 benutzt wird. Zwischenwerte lassen sich durch Interpolation gewinnen. Man kann aber auch einfach von den Werten für p , zwischen denen der einzugebende Wert p liegt, denjenigen zugrundelegen, der den größten Wert für K_t ergibt. Daraus resultierende Fehler des Gesamtergebnisses kommen nur bei extrem kleinen Werten von p über 3 % und liegen zudem auf der sicheren Seite, d. h., sie täuschen einen etwas größeren Ausbreitungswiderstand vor.

Vorstehendes gilt auch für die Entnahme von K_d aus den Tafeln 1 und 2. Bei der Tafel 4 sind jedoch dafür die Sprünge zwischen den Tafelwerten zu groß.



3 Diagramm zur Veranschaulichung der Abhängigkeit der Korrekturgröße K_t von der Größe p



4 Zweckmäßige Ausführung einer Fundamentwanne aus wasserundurchlässigem Beton (so genannte "weiße Wanne") mit Fundamenterder

Rechenbeispiel:

Leiterdurchmesser:

$d = 0,010$ m

Erderform:

Rechteck mit $l = 24$ m und $b = 17,04$ m

Tiefe ab Frostgrenze:

$t_a = 2,2$ m - 0,7 m = 1,5 m

Tiefe ab Kellerfußboden:

$t_i = 0,5$ m

spezifischer Erdwiderstand:

$\rho = 300 \Omega\text{m}$

Nach Gleichung (4):

$$D = \frac{0,85 \cdot 24\text{m} + 1,15 \cdot 17,04\text{m}}{2} = 20\text{m}$$

$D/d = 20\text{m}/0,010\text{m} = 2000$

Nach Gleichung (6) oder Tafel 1 oder Tafel 2:

$K_d = 19,21$

Nach Gleichung (9):

$$t = \frac{1,5\text{m} + 0,5\text{m}}{2} = 1,0\text{m}$$

Tafel 5 Geometrische Konstante g erdgelegter ringförmiger Erder in Abhängigkeit von D und d

D in m	d in m		
	0,010	0,015	0,020
	g in m		
4	4,937	5,201	5,406
5	6,004	6,315	6,557
6	7,048	7,405	7,682
7	8,075	8,476	8,786
8	9,086	9,531	9,874
9	10,09	10,57	10,95
10	11,07	11,60	12,01
11	12,05	12,62	13,06
12	13,02	13,63	14,10
13	13,98	14,63	15,13
14	14,94	15,62	16,15
15	15,89	16,61	17,16
16	16,83	17,59	18,17
17	17,77	18,56	19,17
18	18,70	19,53	20,17
19	19,63	20,50	21,16
20	20,55	21,45	22,15
22	22,38	23,36	24,10
24	24,20	25,25	26,04
26	26,00	27,12	27,97
28	27,79	28,98	29,88
30	29,58	30,82	31,78
32	31,34	32,66	33,66
34	33,10	34,48	35,53
36	34,86	36,30	37,40
38	36,60	38,11	39,25
40	38,33	39,90	41,10
42	40,06	41,69	42,93
44	41,78	43,47	44,76
46	43,49	45,25	46,58
48	45,20	47,02	48,40
50	46,90	48,78	50,21

Die Werte wurden mit den Gln. (5) und (6) errechnet. Sie gelten bei Lage des Erders in der Ebene der Frostgrenze.

Nach Gleichung (8):

$p = 0,2$

Nach Tafel 3 oder Tafel 4:

$K_t = 7,35$

Nach Gleichung (7):

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot 20\text{m}}{19,21 + 7,35} = 29,73\text{m}$$

Nach Gleichung (2):

$$R_a = \frac{1,05 \cdot 300\Omega\text{m}}{29,73\text{m}} = 10,6\Omega$$

Die Berechnungen gelten natürlich nur dann, wenn der Beton, in dem sich der Fundamenterder befindet, nicht vom Erdstoff elektrisch isoliert ist, z. B. durch Kunststofffolien, Bitumenbahnen oder Wärmedämmplatten. Dazu ist noch folgendes anzumerken:

- Als Mittel, die verhindern sollen, dass der abbildende Beton Wasser an den Untergrund abgibt, dürfen keine isolierenden Folien verwendet werden.

- Die Perimeterdämmung (erdberührende Wärmedämmung) muss unter den mit dem Fundament der vorgesehenen Bereichen des Fundaments ausgespart werden, was ohnehin aus statischen Gründen meist erforderlich ist.
- Der Stahl in einer wasserdichten Fundamentwanne mit elektrisch isolierender Außenhaut (so genannte „schwarze Wanne“) ist kein Fundament der, da die Erderwirkung fehlt. Der Fundament der muss in Beton von mindestens B 15 (kein Magerbeton!) unter der Fundamentwanne angeordnet werden. Sein Anschluss erfolgt zweckmäßigerweise mit Kabel [1]. Der Bewehrungsstahl der Fundamentwanne sollte zwecks Potentialsteuerung wie der Fundament der mit der Potentialausgleichsschiene verbunden werden.
- Es erhebt sich die Frage, ob in einer Fundamentwanne aus wasserundurchlässigem Beton (so genannte „weiße Wanne“) ein Fundament der möglich ist. Bei einer Prüfung dieses Betons nach DIN 1045 darf nach drei Tage dauernder Wassereinwirkung auf drei Probestücke die durchschnittliche Wassereindringtiefe höchstens 5 cm betragen. Das bedeutet nicht, dass die Feuchtigkeit unter allen Umständen und für längere Zeit nicht weiter vordringt. Bei Ausführung der Fundamentwanne und des Fundament der nach Bild 4 kann ausreichende Durchfeuchtung des Betons erwartet werden, weil das Wasser aus drei Richtungen eindringt. Weil konkrete Erkenntnisse nicht vorliegen, hält es der Verfasser für angebracht, vorsorglich den Korrekturfaktor f in der Gl. (2) mit 1,2 einzusetzen oder zwei Leiter parallel zu verlegen.

4 Erdgebettete Erder

Weil die Bänder der üblicherweise in einer Tiefe entsprechend der Frostgrenze verlegt werden, entfällt die zur Berücksichtigung der Legetiefe eingeführte Korrekturgröße K_d . Die geometrische Konstante g kann nach Gl. (5) errechnet werden:

$$g = \frac{2\pi^2 \cdot D}{K_d} \quad (5)$$

Auf die Ermittlung von K_d gemäß Abschn. 3 und die Berechnung von g nach Gl. (5) kann verzichtet werden, wenn g aus der Tafel 5 entnommen wird.

Rechenbeispiel:

Leiterdurchmesser: $d = 0,010$ m; Erderform: Rechteck mit $l = 26$ m und $b = 19,04$ m; Legetiefe: Entsprechend Frostgrenze; spezifischer Erdwiderstand: $\rho = 300 \Omega\text{m}$

Nach Gleichung (4):

$$D = \frac{0,85 \cdot 26\text{ m} + 1,15 \cdot 19,04\text{ m}}{2} = 22\text{ m}$$

$$D/d = 22\text{ m} / 0,010\text{ m} = 2200$$

Nach Gleichung (6) oder Tafel 1 oder Tafel 2: $K_d = 19,4$

Nach Gleichung (5):

$$g = \frac{2\pi^2 \cdot 22\text{ m}}{19,4} = 22,38\text{ m}$$

Alternativ nach Tafel 5: $g = 22,38$ m

Nach Gleichung (1):

$$R_a = \frac{300\Omega\text{m}}{22,38\text{ m}} = 13,4\Omega$$

Literatur

- [1] Hering, E.: Fundament der. Berlin: Verlag Technik 1996.
 [2] Koch, W.: Erdungen in Wechselstromanlagen über 1 kV. 3. Auflage. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1961.
 [3] Müller, R.: Schutzmaßnahmen gegen zu hohe Berührungsspannung in Niederspannungsanlagen. 7. und 8. Auflage. Berlin: Verlag Technik 1981 u. 1987.