

Einfache Schaltvorgänge in elektrischen Netzwerken

Teil 1: Grundwissen zu Spule und Kondensator

G. Graichen, Chemnitz

Mit diesen Ausführungen zu einfachen Schaltvorgängen in elektrischen Netzwerken werden – ausgehend von grundlegenden Gegebenheiten und Zusammenhängen – wesentliche Schritte zur Analyse und Bewertung von Schaltvorgängen anhand einfacher praktischer Beispiele erläutert. Das Betriebsverhalten einer Vielzahl in der Praxis genutzter Varianten zum kontrollierten Abbau von magnetischer Energie, die in induktiven Einrichtungen gespeichert ist, lässt sich so besser verstehen.

Allgemeines

Schaltvorgänge in elektrischen Netzwerken sind ein vielfältiges Problem in der gesamten Elektrotechnik und Elektronik. Sie treten als Ein-, Aus- und Umschaltvorgänge auf.

Wichtig für das Verständnis von Schaltvorgängen ist die Tatsache, dass für eine Realisierung von sprunghaften Energiezustandsänderungen jeglicher Art unendlich große Leistungen erforderlich wären. Solche Leistungen stehen in der Natur nicht zur Verfügung und können auch nicht mit technischen Mitteln erzeugt werden. So müsste beispielsweise für eine sprunghafte Temperaturerhöhung in einem abgeschlossenen Raum eine Wärmequelle mit unendlich großer Leistung verfügbar sein.

Übertragen auf Energiespeicher in elektrischen Netzen bedeutet das, dass sich nur in Netzen ohne Energiespeicher (also rein ohmschen Netzen) Spannung und Strom zugleich sprunghaft ändern können. Sind Elemente mit Energiespeichervermögen vorhanden, im einfachsten Fall ein Kondensator mit der Kapazität C oder eine Spule mit der Induktivität L , sind sprunghafte Änderungen des energetischen

Zustandes an diesen Elementen und damit letztlich im gesamten Netzwerk nicht möglich. Das heißt, nur noch eine elektrische Größe (Spannung oder Strom) kann sich an Kondensatoren bzw. Spulen sprunghaft ändern, die jeweils andere elektrische Größe (Strom oder Spannung) kann sich nur stetig ändern. Das bedeutet im Fall eines Schaltvorganges in einem elektrischen Netzwerk, dass der stationäre Zustand vor dem Schalten nach Ablauf eines sogenannten Ausgleichsvorganges in einen neuen stationären Zustand entsprechend den veränderten konkreten Verhältnissen nach dem Schalten übergeht.

Stetigkeitsbedingungen

Die in den elektrischen Speicherelementen Kondensator bzw. Spule speicherbare elektrische bzw. magnetische Energie beträgt

$$W_C = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2 \quad (1)$$

bzw.

$$W_L = \frac{1}{2} L \cdot I_L^2. \quad (2)$$

Da aufgrund obiger Erläuterungen sprunghafte Änderungen der gespeicherten Energiemenge nicht möglich und die bauteiltypischen Größen C und L feststehend sind, folgt daraus, dass sich die elektrischen Größen U_C und I_L in den Gleichungen (1) und (2) nicht sprunghaft, also nur stetig ändern können. Dies wird als sogenannte Stetigkeitsbedingung bezeichnet und mathematisch dargestellt als

$$U_C(-0) = U_C(+0) \quad (3)$$

bzw.

$$I_L(-0) = I_L(+0). \quad (4)$$

Das bedeutet für einen meist sinnvollerweise bei $t = 0$ angenommenen Schaltvorgang, dass die Spannung $U_C(-0)$ bzw. der Strom $I_L(-0)$ unmittelbar vor dem Schaltzeitpunkt (auch als Grenzwert von links bezeichnet) und $U_C(+0)$ bzw. $I_L(+0)$ als elektrische Größen unmittelbar nach dem Schaltzeitpunkt (auch als Grenzwert von rechts bezeichnet) identisch sind. Neben den Stetigkeitsbedingungen sind sprunghafte Änderungen der jeweils anderen elektrischen Größe (Strom über einen Kondensator,

Spannung an einer Spule) typische Begleiterscheinungen von Schaltvorgängen.

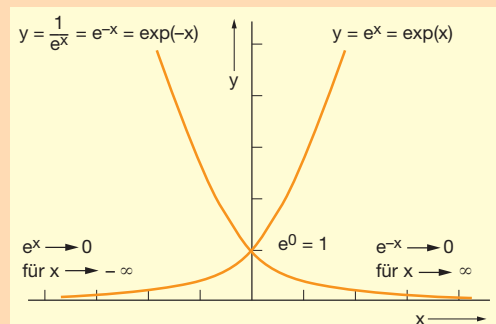
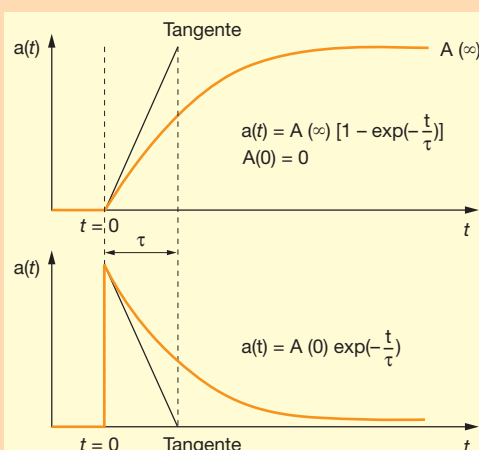
Anfangsbedingungen

Aufgrund der immer gültigen Stetigkeitsbedingungen nach den Gleichungen (3) und (4) kann man davon ausgehen, dass ein bestimmter Zustand vor dem Schalten zugleich Anfangszustand für die sich dem Schalten anschließenden Vorgänge ist. Aus den Stetigkeitsbedingungen folgen somit unmittelbar die sogenannten Anfangsbedingungen für die zum Schaltzeitpunkt beginnenden Vorgänge, üblicherweise als Ausgleichsvorgang bezeichnet.

Ein in der Praxis häufig auftretender Fall ist ein vor dem Schalten entladener Kondensator bzw. eine vor dem Schalten stromlose Spule. Dann gelten $U_C(0) = 0$ bzw. $I_L(0) = 0$ als Anfangsbedingungen, was üblicherweise als energieloser Anfangszustand bezeichnet wird.

Stationärer Zustand und flüchtiger Anteil

Der einem Schaltvorgang in einem elektrischen Netzwerk stets folgende Ausgleichsvorgang führt bei $t \rightarrow \infty$ zu einem neuen stationären Zustand. Der Ausgleichsvorgang enthält somit neben dem bleibenden (stationären) Anteil einen sogenannten flüchtigen, also während des Ausgleichsvorganges abklingenden und



② Verlauf von Exponentialfunktionen e^x und e^{-x} ($e = 2,718281\dots$)

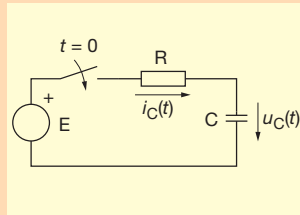
① Aufsteigende und abfallende Zeitverläufe für einfache Schaltvorgänge in verallgemeinernder Form

Autor

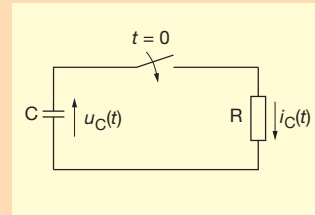
Dr.-Ing. Günter Graichen ist als freier Fachjournalist tätig, Chemnitz.

Tafel 1 Ausgewählte Zahlenwerte zu den Zeitverläufen für einfache Schaltvorgänge

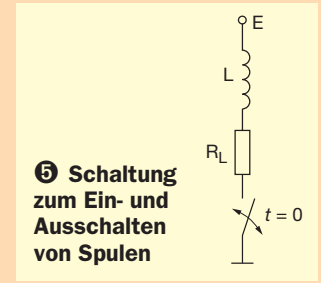
t	t/τ	$\exp(-t/\tau)$
0	0	1
$0,3 \cdot \tau$	0,3	0,74
$0,7 \cdot \tau$	0,7	0,5
τ	1	0,37
$3 \cdot \tau$	3	0,05
$5 \cdot \tau$	5	0,007



3 Schaltung zur Aufladung eines Kondensators



4 Schaltung zur Entladung eines Kondensators



5 Schaltung zum Ein- und Ausschalten von Spulen

letztlich verschwindenden Anteil, der die Übergänge vom Zustand vor dem Schalten zum Zustand nach dem Schalten wesentlich bestimmt bzw. beschreibt.

Einfache Schaltvorgänge

Nachdem die wichtigsten bei Schaltvorgängen immer wieder auftretenden Probleme erläutert wurden, sollen nachfolgend darauf aufbauend konkrete praktische Fragen anhand ausgewählter Beispiele diskutiert werden. Diese beschränken sich auf einfache Schaltvorgänge an Kondensatoren bzw. Spulen bei Steuerung durch Gleichgrößen. Die Berechnung solcher Schaltvorgänge erfolgt mit Hilfe von linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten. Als Ergebnisse treten ansteigende bzw. abfallende Zeitverläufe auf, wie sie im Bild 1 für eine allgemeine Größe $a(t)$ dargestellt sind. Charakteristisches Merkmal und bestimmend für die Geschwindigkeit des Ablaufs der Zeitvorgänge ist die sogenannte Zeitkonstante τ .

In Bild 2 sind die Exponentialfunktionen e^x und e^{-x} bzw. $\exp(x)$ und $\exp(-x)$ grafisch dargestellt. Beide Schreibweisen sind in der Praxis üblich.

Tafel 1 enthält ausgewählte Zahlenwerte zum Zeitverlauf der für Schaltvorgänge besonders bedeutsamen Zeitfunktion

$$\exp\left(-\frac{t}{\tau_L}\right). \text{ Mit Hilfe dieser Zahlenwerte sind einfache quantitative Auswertungen von Ausgleichsvorgängen möglich, was für die Praxis von großer Bedeutung ist.}$$

lenwerte sind einfache quantitative Auswertungen von Ausgleichsvorgängen möglich, was für die Praxis von großer Bedeutung ist.

Auf- und Entladung eines Kondensators

Eine typische Schaltung für die Aufladung eines Kondensators durch eine Speisequelle E zeigt

Bild 3. Bei energielosem Anfangszustand steigt die Kondensatorspannung mit $U_C(0) = 0$ beginnend auf den stationären Endwert $U_C(\infty) = E$ an, gemäß (Bild 1):

$$u_C(t) = E \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_C}\right) \right] \quad (5)$$

mit der Zeitkonstanten

$$\tau_C = RC. \quad (6)$$

Wegen $U_C(0) = 0$ springt der Kondensatorstrom bei $t = 0$ auf

$$I_C(0) = E/R \quad (7)$$

und fällt entsprechend Bild 1 gemäß

$$i_C(t) = \frac{E}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_C}\right) \quad (8)$$

auf den stationären Endwert $I_C(\infty) = 0$ ab.

Eine Auswertung der Zeitverläufe mit den Zahlenwerten aus Tafel 1 ergibt, dass jeweils bei

$$t_{0,5} = 0,7 \tau \quad (9)$$

die Zeitfunktion zur Hälfte abgeklungen ist. $t_{0,5}$ wird als Halbwertszeit bezeichnet und ist eine wichtige praktische Bewertungsgröße für die von Schaltvorgängen ausgelösten Abläufe.

Aus Tafel 1 folgt des Weiteren, dass bei $t = 3\tau$ die Zeitfunktion bereits auf 5 % des Anfangswertes abgeklungen ist. Das heißt, die Kondensatorspannung nach Gleichung (5) hat 95 % des Endwertes erreicht, der Kondensatorstrom nach Gleichung (8) ist bis auf 5 % des Anfangswertes abgefallen. In der Praxis geht man üblicherweise davon aus, dass bei $t = 5\tau$ der Ausgleichsvorgang praktisch abgeklungen, d. h. der flüchtige Anteil so gut wie verschwunden ist.

Hinweis: Diese für eine Kondensatoraufladung beispielhaft durchgeführte Auswertung der Zeitvorgänge nach Tafel 1 ist auf die folgenden Beispiele übertragbar und wird nicht im Einzelnen wiederholt.

Eine typische Schaltung für die Entladung eines Kondensators

zeigt Bild 4. In Analogie zu Gleichung (8) gelten für die Spannung und den Strom während des Entladevorganges die Zeitfunktionen

$$u_C(t) = U_C(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_L}\right) \quad (10)$$

und

$$i_C(t) = \frac{U_C(0)}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_C}\right). \quad (11)$$

Erwartungsgemäß werden nach Ablauf der Entladung ($t > 5 \cdot \tau_C$) die stationären Endwerte $U_C(\infty) = 0$ und $I_C(\infty) = 0$ erreicht.

Ein- und Ausschalten einer Spule

Eine einfache Schaltung zum Ein- und Ausschalten von Spulen mit einer Induktivität L und einen Wicklungswiderstand R_L , beispielsweise einer Erregerwicklung eines elektromagnetischen Relais, zeigt Bild 5. Ist die Spule vor dem Schließen des Kontaktes bei $t = 0$ stromlos [energielooser Anfangszustand mit $I_L(0) = 0$], steigt der Spulenstrom mit $I_L(0) = 0$ beginnend stetig auf den stationären Endwert $I_L(\infty) = E/R_L$ an gemäß

$$i_L(t) = \frac{E}{R_L} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_L}\right) \right] \quad (12)$$

mit der Zeitkonstanten

$$\tau_L = \frac{L}{R_L}. \quad (13)$$

Wegen $I_L(0) = 0$ springt die Spannung an der Induktivität L bei $t = 0$ auf

$$U_L(0) = E. \quad (14)$$

Zugleich ist

$$U_{RL}(0) = 0. \quad (15)$$

Der sich einstellende stationäre Endwert ist gekennzeichnet durch

$$U_L(\infty) = 0 \quad (16)$$

und

$$U_{RL}(\infty) = E. \quad (17)$$

Das heißt, dass die bei $t = 0$ ausschließlich an der Induktivität L anliegende Spannung E mit steigendem Strom nach Gleichung (12) abfällt entsprechend

$$u_L(t) = E \exp\left(-\frac{t}{\tau_L}\right). \quad (18)$$

Gleichzeitig bewirkt der steigende Strom über den Wicklungswiderstand einen steigenden Spannungsabfall gemäß

$$u_{RL}(t) = R_L \cdot i_L(t). \quad (19)$$

An der Spule, bestehend aus den in Reihe geschalteten Ersatz-Elementen L und R_L , liegt somit während des gesamten Einschaltvorganges die Spannung E an.

Wird in einer Schaltung nach Bild 5 der Spulenstrom durch Öffnen des Kontaktes quasi unterbrochen, führt dies zwangsweise zu einer äußerst raschen Änderung des Stromes. Aufgrund der nach wie vor gültigen Stetigkeitsbedingung nach Gleichung (4) wird eine eventuell extrem hohe Spannungsspitze induziert (vergl. Induktionsgesetz), was wegen des unkontrollierten sehr raschen Abbaus der gespeicherten magnetischen Energie nach Gleichung (2) möglicherweise zu einem Funkenüberschlag führen kann. Dieses muss in der Praxis durch geeignete Maßnahmen unterdrückt werden. Derartige Vorgänge täuschen wegen ihres sehr raschen Ablaufs sprunghafte Stromänderungen über eine Induktivität lediglich vor.

Die im nächsten Teil dargestellten praktischen Beispiele betreffen im wesentlichen Lösungen für den kontrollierten Auf- und Abbau der in einer Induktivität gespeicherten magnetischen Energie beim Schalten mit Hilfe sogenannter Freilaufeinrichtungen. Derartige Probleme treten bei der Steuerung elektromagnetischer Relais in vielfältiger Form auf.