

## Technische Entwicklungen in der Elektrotechnik

### Teil 2: Statische Elektrizität und Wahl der Netzfrequenz

In dieser Reihe wird der Frage nachgegangen, warum sich die Elektrotechnik gerade so entwickelt hat, wie wir sie heute kennen.

#### ■ Statische Elektrizität

Für die Wandlung von mechanischer in Elektroenergie und umgekehrt werden die Gesetzmäßigkeiten des magnetischen Feldes genutzt. Das sind das Induktionsgesetz (in einem im Magnetfeld bewegten Leiter wird eine Spannung induziert) und das Kraftwirkungsgesetz (auf einem stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld wird eine Kraft ausgeübt). Analoge Erscheinungen sind auch vom elektrischen Feld bekannt. Einerseits kann man die elektrische Energie vergrößern, wenn vorhandene Ladungen unterschiedlicher Polarität voneinander entfernt werden (Ladungstrennung), andererseits gibt es die Anziehungs- bzw. Abstoßungskraft zwischen Ladungen unterschiedlicher Polarität. Hat man denn nie daran gedacht, diese Erscheinungen für die Energieversorgung zu nutzen und ist dies technisch überhaupt möglich?

**Gleichspannungsgenerator.** Die technische Möglichkeit besteht durchaus, eine Ausführung kennen wir als „Influenzmaschine“. Man kann sie auch als Gleichspannungsgenerator bezeichnen (Bild 1). Das Prinzip besteht in auf zwei benachbarten gegenläufig rotierenden Scheiben angebrachten metallischen Belägen, die so einen Kondensator bilden. In der klassischen Variante wird eine zufällig vorhandene Ladung  $Q$  zwischen zwei Belägen genutzt. Mit der Kapazität  $C_1$  zwischen diesen beiden Belägen kann die Spannung  $U_1$  zwischen eben diesen Belägen bestimmt werden.

$$U_1 = \frac{Q}{C} \quad (1)$$

Wenn die Scheiben nun gegenläufig rotieren, werden die ursprünglich gegenüberliegenden Beläge voneinander entfernt. Dabei ist eine Kraft aufzuwenden, um die Anziehungskraft der ungleich geladenen Beläge zu überwinden. Es wird also Energie zugeführt. Diese wandelt sich dadurch

in elektrische Energie um, dass mit der Entfernung der Beläge die Kapazität  $C$  sinkt. Da die Ladung  $Q$  unverändert ist, steigt nach Gleichung (1) die Spannung  $U$  und damit der Inhalt an elektrischer Energie. Diese kann nun mit Gabeln  $A$  von Belag abgenommen werden, weil die hohe Spannung dort zu Überschlägen führt. Es fließt ein Strom, der in zwei spannungsfesten Kondensatoren (so genannten Leidener Flaschen) zum Aufbau von hohen Spannungen führt, die schließlich zum Überschlag an einer Kugelfunkenstrecke führen. Die Bürsten  $B$  gleichen Restladungen aus. Es werden außerordentlich hohe Spannungen erreicht. Der Strom ist jedoch sehr klein, es werden einige  $\mu A$  erreicht.

**Aufbau.** Um die technische Brauchbarkeit abzuschätzen, soll eine fiktive Gleichspannungsmaschine zu Grunde gelegt werden, die mit definierten Parametern arbeitet (Bild 2). Es wird ein Rotor aus Isoliermaterial (gelb) angenommen, der auf der Zylinderfläche leitfähige Beläge (grau) trägt. Diese Beläge sind mit Kommutatorsegmenten verbunden. Über diese Kommutatorsegmente werden zwei gegenüberliegende Beläge an die Spannung  $U_{err}$  angeschlossen (Stellung a). Diese beiden Beläge befinden sich gerade unter zwei feststehenden Belägen (grün), die ebenfalls mit der Erregerspannung  $U_{err}$  verbunden sind, jedoch mit umgekehrter Polarität. Zwischen dem feststehenden und dem beweglichen Belag bildet sich nun der entscheidende Kondensator. Dessen Kapazität  $C_a$  kann näherungsweise berechnet werden mit:

$$C_a = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{s} \quad (2)$$

Dabei sind  $\epsilon_0$  die Dielektrizitätskonstante des Vakuums,  $\epsilon_r$  die relative Dielektrizitätskonstante des verwendeten Materials (bei Luft mit genügender Genauigkeit  $\epsilon_r = 1$ ),  $A$  die Fläche des Belages und  $s$  der Abstand der in Stellung a gegenüberliegenden Beläge.

**Betrieb.** Rotiert nun der Rotor, entfernen sich die ursprünglich gegenüberliegenden Beläge voneinander, nach Gleichung (1) steigt dadurch die Spannung erheblich. Haben die Beläge Stellung b erreicht, entladen sich die Beläge über den blau gezeichneten Stromkreis durch Kontakt der Kommutatorsegmente mit den Bürsten auf Grund der hohen Spannung, es fließt der Kurzschlussstrom  $I$ .

**Kurzschlussstrom.** Entscheidend für die technische Brauchbarkeit ist die Stromstärke dieses Kurzschlussstromes. Er hängt u. A. von der Ladung  $Q_a$  ab, die in der Stellung a auf die Kapazität  $C_a$  aufgebracht wurde. Desweiteren davon, wie oft in der Zeiteinheit sich ein Kondensator in der Stellung b entladen kann, also von der Drehzahl  $n$  des Rotors und der Anzahl  $z$  der Beläge auf dem Umfang des Rotors.

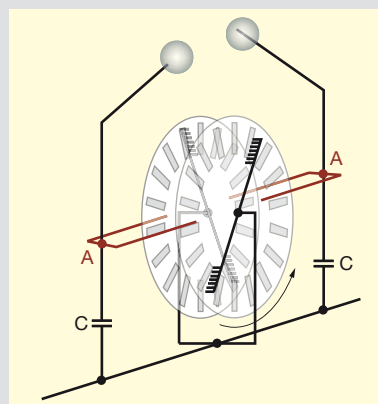
$$I = Q_a \cdot n \cdot z \quad (3)$$

mit  $Q_a = C_a \cdot U_{err}$

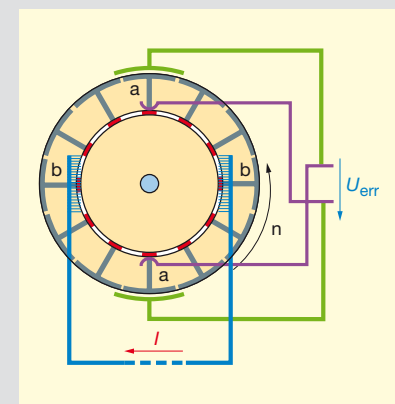
Dabei sind die Einheiten zu beachten. Üblicherweise wird die Drehzahl  $n$  in Umdrehungen pro Minute angegeben, während die Ladung  $Q_a$  in Ampere-Sekunden gemessen wird.

**Technisch Machbares.** Was ist technisch erreichbar? Nehmen wir an, der Rotor habe einen Durchmesser von einem Meter und eine Länge von ebenfalls einem Meter. Wenn die Beläge 5 cm breit sind, haben sie bei der Länge von 1 m eine Fläche von  $A = 0,05 \text{ m}^2$ . Bei einem Abstand der Beläge voneinander von 5 mm können auf dem Umfang des Rotors von 3,14 m  $z = 57$  Beläge angeordnet werden.

Der Abstand des Rotors von den feststehenden Belägen wird mit  $s = 2 \text{ mm}$  ge-



1 Prinzip der Influenzmaschine



2 Prinzip einer Gleichspannungsmaschine

wählt. Ein geringerer Abstand ist nicht real. Es könnte zu Überschlüssen kommen, weil mit der Bewegung des Rotors die Spannung zwischen dem feststehenden und dem beweglichen Belag schnell ansteigt.

Mit  $\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$  ergibt sich die Kapazität  $C_a$  nach Gleichung (2) entsprechend

$$C_a = \frac{8,8542 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \text{ As} \cdot 0,05 \text{ m}^2}{\text{Vm} \cdot 0,002 \text{ m}} \quad (4)$$

$$C_a = 221,36 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{V}} = 221,36 \text{ pF}$$

Auch die Erregerspannung kann wegen der begrenzten Spannungsfestigkeit der Luftstrecke nicht beliebig gesteigert werden. Mit  $U_{\text{err}} = 100 \text{ V}$  würde die Ladung  $Q_a$  und der Strom  $I$  nach Gleichung (3)

$$Q_a = 221,36 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot 100 \text{ V}$$

$$Q_a = 22,1 \cdot 10^{-9} \text{ As} \quad (5)$$

$$I = 22,1 \cdot 10^{-9} \text{ As} \cdot 57 \cdot 1000 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$$

$$I = 21 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 21 \mu\text{A}$$

Dabei wurde die Drehzahl des Rotors mit 1000 Umdrehungen je Minute angenommen. Eine höhere Drehzahl ist zwar mechanisch denkbar, es ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Aufladung der aus den Belägen gebildeten Kondensatoren nicht beliebig schnell vonstatten gehen kann.

Natürlich ist es nicht Zweck einer solchen Anordnung, einen Kurzschlussstrom zu erzeugen. Der Strom  $I$  wird sich aber nicht signifikant verringern, wenn Widerstände in den Stromkreis eingeschaltet werden, solange sie eine bestimmte Größe nicht überschreiten. Um dies zu untersuchen, bestimmen wir die Spannung, die zwischen den in Bild 2 blau gezeichneten Bürsten entsteht. In Stellung a wurde der sich bildende Kondensator mit  $U_{\text{err}} = 100 \text{ V}$  geladen. Der Abstand der Beläge betrug  $d = 2 \text{ mm}$ . Bei der Rotation werden die unverändert bleibenden Ladungen getrennt, in Stellung b beträgt der Abstand dann etwa  $0,71 \text{ m}$ . Nach den Gleichungen (2) und (3) entsteht dadurch zwischen dem oberen feststehenden und dem linken rotierenden Belag eine Spannung von  $U_1 = 35,5 \text{ kV}$ . Da sich zwischen dem unteren und rechten Belag die gleiche Spannung  $U_1 = 35,5 \text{ kV}$  ausbildet, steht zwischen den Bürsten eine Spannung von ungefähr  $U = 70 \text{ kV}$  vor der Entladung der Kapazitäten über die Bürsten. Im Kurzschlussfall entladen sich die Kapazitäten vollständig. Sind im Stromkreis Widerstände enthalten, bleibt eine Restspannung entsprechend dem Spannungsfall über diesen Widerständen. Weil nicht die gesamte Ladung  $Q_a$  entladen wird, wird der Strom kleiner. Bei den bisher angenommenen Parametern könnten etwa

$R = 50 \text{ M}\Omega$  eingeschaltet werden, um eine Restspannung von  $1 \text{ kV}$  zu erhalten. Die Restspannung ist auch die Spannung, die über den Bürsten ansteht. Der Strom würde dann auf rund  $I = 20,4 \mu\text{A}$  sinken. Durch eine Regelung der Erregung könnte der Strom auch konstant gehalten werden. Je größer der Widerstand wird, umso größer wird die Spannung über den Bürsten.

Mit den zuvor genannten Parametern und einem Lastwiderstand von  $R = 50 \text{ M}\Omega$  ergibt sich eine elektrische Leistung von

$$P = I^2 \cdot R = (21 \mu\text{A})^2 \cdot 50 \text{ M}\Omega = 22 \text{ mW} \quad (6)$$

**Einschränkung.** Die oben angestellten Betrachtungen haben sicherlich noch zu einem zu optimistischen Ergebnis geführt, da Leistungsverluste nicht berücksichtigt wurden. Damit ist der elektrostatische Gleichspannungsgenerator technisch nicht verwertbar. Die elektrische Leistung einer Maschine diesen Ausmaßes ist viel zu klein. Die Reihenschaltung der Verbraucher und die hohe Spannung sind außerdem nachteilig. Allerdings wären elektromagnetische Maschinen auch nicht so günstig, wenn es nicht die außergewöhnliche Permeabilität des Eisens oder anderer Materialien gäbe.

**Wirkungsumkehr.** Hinzuzufügen ist, dass sich prinzipiell die Wirkung umkehren lässt. Aus dem Generator könnte ein Motor werden, wenn der Antrieb wegfällt. Der Strom fließt weiter in der gleichen Richtung, die Spannung an den Bürsten müsste sich umkehren. Es wirkt dann die Anziehungs- bzw. Abstoßungskraft zwischen Ladungen. Allerdings wäre bei der beschriebenen Anordnung das Drehmoment so klein, dass die Reibungskräfte nicht überwunden werden könnten.

**Praktische Bedeutung.** Nun könnte man denken, dass Maschinen, die das elektrische Feld nutzen, keinerlei technische Bedeutung hätten. Dem ist nicht so. Anwendungen gibt es seit einiger Zeit in der Mikromechanik, wo Motoren nach den Technologien der Mikroelektronik hergestellt werden. Auf Grund der kleinen Abmessungen ergeben sich dabei ganz andere Parameter, die elektronisch gespeiste Mikromotoren nach dem Asynchronprinzip ermöglichen.

## ■ Übergang zu Wechselstrom

Wechselstrom ist aus der Energieversorgung nicht wegzudenken. Wir wollen hier die Frage, warum das so ist, nicht als trivial übergehen. Die Gründe für die Ablösung von Gleichstrom und die Wahl der

Wechselstromparameter sollen im Folgenden analysiert werden.

**Fixe Spannung.** Bei Gleichstrom ist die Übertragungsspannung immer gleich der Spannung der Stromerzeugung und der Nennspannung der Verbraucher. Damit sind Übertragungsspannungen nur im Bereich bis etwa  $500 \text{ V}$  denkbar, da sowohl Gleichstrom-Hochspannungsgeneratoren als auch Verbraucher mit hohen Nennspannungen technisch nicht realisierbar oder nicht sinnvoll sind.

**Unterschiedliche Spannungshöhen.** Mit dem seit 1884 bekannten Transformator mit geschlossenem Eisenkern war es bei der Verwendung von Wechselspannung möglich, mit relativ geringen Energieverlusten die mit niedriger Spannung erzeugte Elektroenergie zum Zwecke der Übertragung in Energie höherer Spannung (über  $100 \text{ kV}$ ) zu wandeln. Dabei ist zu berücksichtigen, dass Generatoren als elektrische Maschinen sinnvoll nur für Nennspannungen bis zu einigen kV zu konstruieren sind. Der Strom auf der Übertragungsstrecke sinkt, was zu Einsparung von Leitermaterial und Senkung der Übertragungsverluste führt. Man kann sagen, dass die überregionale Übertragung von Elektroenergie dadurch erst ermöglicht wurde. In der Nähe des Verbrauchers kann die Spannung dann auf ein praktisch verwendbares Maß gesenkt werden.

**Wechselstromgenerator.** Voraussetzung war die Erfindung des Wechselstromgenerators und die Entwicklung von Verbrauchern, die mit Wechselstrom betrieben werden konnten. Der Wechselstromgenerator kam der Erzeugung von Elektroenergie für ein größeres Gebiet entgegen, da er für höhere Leistungen gebaut werden konnte als ein Gleichstromgenerator. Bei letzterem begrenzt der Kommutator die Leistung auf einige  $100 \text{ kW}$  während Wechselstromgeneratoren/Drehstromgeneratoren mit mehreren  $100 \text{ MW}$  existieren.

## ■ Wahl der Frequenz des Wechselstromes

Weltweit werden heute für die Energieversorgung Wechselströme mit einer Frequenz von vorzugsweise  $50$  oder  $60 \text{ Hz}$  verwendet. Warum wurde ein solcher Wert gewählt?

Auch für die Wahl der Wechselstrom-Frequenz sind wirtschaftliche Gesichtspunkte entscheidend. Hier sind die Parameter des Transformators entscheidend. Einerseits sollen die Kosten für die Herstellung, insbesondere der Aufwand für den Eisenkern und für das Kupfer der Wicklungen möglichst gering sein, andererseits soll

der Transformator im Betrieb mit möglichst geringen Energieverlusten arbeiten. Diese beiden Forderungen sind widersprüchlich, so dass ein Kompromiss erforderlich wird.

### Sättigung des Eisens

Grundvoraussetzung für den Betrieb eines Transformators mit Eisenkern ist, dass die Flussdichte  $B$  unterhalb der Sättigungsgrenze bleibt. Um den Eisenkern aber wirtschaftlich zu nutzen, soll der Scheitelwert der Flussdichte der Sättigungsgrenze  $B_{\max}$  möglichst nahe kommen.

Der Transformator soll bei den weiteren Betrachtungen nicht berechnet werden. Wir wollen die Gelegenheit nutzen, die Zusammenhänge zu verstehen und so Schlussfolgerungen für die günstige Festlegung der Frequenz zu ziehen. Das Verständnis für die Funktionsweise des Transformators fällt leichter, wenn wir uns auf die Hauptzusammenhänge konzentrieren und Nebeneffekte vernachlässigen. So müssen wir nicht berücksichtigen, dass die Wicklungen einen ohmschen Widerstand haben und dass nicht alle magnetischen Feldlinien innerhalb des Eisenkernes verlaufen, dass also eine so genannte Streuung auftritt.

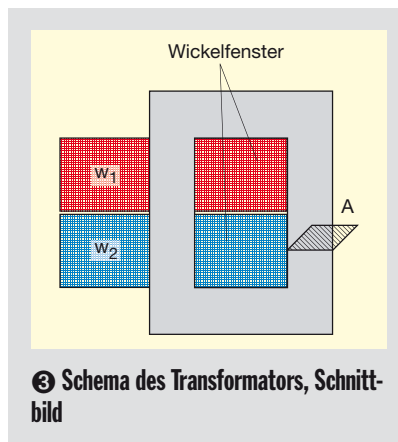
Versuchen wir nun, die Zusammenhänge zu verstehen, indem wir die Primärwicklung betrachten. Die in dieser Wicklung induzierte Spannung muss mit der Primärspannung  $U_1$  im Gleichgewicht stehen. Um eine Spannung in Höhe von  $U_1$  zu induzieren ist ein wechselnder Fluss  $\Phi$  erforderlich, der von der Windungszahl  $w$  und von der Frequenz  $f$  abhängig ist:

$$\Phi = \frac{U_1}{2\pi \cdot w \cdot f} \quad (7)$$

Ist  $U_1$  der Effektivwert der Spannung, so ist  $\Phi$  der Effektivwert des magnetischen Flusses. Um den Scheitelwert zu erhalten ist noch mit  $2\pi$  zu multiplizieren.

$$\hat{\Phi} = \frac{U_1}{w \cdot f} \quad (8)$$

Natürlich wird der Fluss durch den Strom in der Wicklung erzeugt. Wenn der Strom nicht groß genug wäre, um den benötigten Fluss zu erzeugen, wäre das Gleichgewicht zwischen Primärspannung und induzierter Spannung nicht mehr vorhanden. Dies muss zu einem Anstieg des Stromes führen. Dadurch wird der Fluss steigen und das Gleichgewicht wieder hergestellt. Ebenso wird ein Strom in der Sekundärwicklung einen Fluss erzeugen, der sich dem Fluss der Primärwicklung überlagert. Dadurch wird sich der resultierende Fluss verändern, die induzierte Spannung verändert sich. Das gestörte Gleichgewicht der Spannungen führt auch hier zu einem Stromanstieg in der Primärwicklung, so



dass der Gesamtfluss und das Spannungsgleichgewicht aufrecht erhalten wird. Der Fluss ist also bei konstanter Primärspannung und konstanter Frequenz ebenfalls immer konstant.

Der Scheitelwert der Flussdichte ergibt sich mit genügender Genauigkeit (Streuung vernachlässigt), indem der Scheitelwert des Flusses nach Gleichung (8) durch die Querschnittsfläche  $A$  des Eisenkernes geteilt wird.

$$\hat{B} = \frac{\hat{\Phi}}{A} = \frac{U_1}{w \cdot f \cdot A} \quad \text{mit } \hat{B} < B_{\max} \quad (9)$$

Um einen möglichst kleinen Eisenkern zu erhalten, also den Eisenquerschnitt  $A$  zu minimieren, müssten bei gegebener Spannung  $U_1$  Windungszahl  $w$  und Frequenz  $f$  möglichst groß werden. Betrachten wir zunächst die Windungszahl. Da ist zu beachten, dass alle Windungen durch das so genannte Wickelfenster hindurchgeführt werden müssen. Der Leiterquerschnitt ist schon durch die vorgesehene Strombelastung bestimmt, so dass die Erhöhung der Windungszahl das Wickelfenster (etwa je zur Hälfte für die Primär- und zur Hälfte für die Sekundärwicklung benötigt, siehe Bild 3) vergrößert. Damit wird der Eisenkern wieder größer. Es ist also auch hier schon ein Kompromiss bezüglich der Windungszahl und den Abmessungen des Eisenkernes erforderlich. Das Wickelfenster kann nicht vollständig mit den Windungen gefüllt werden. Abgesehen davon, dass Raum für die Windungsisolierung erforderlich ist, muss bei größeren Transformatoren für das Kühlmedium (Luft oder Öl) Volumen frei bleiben, um die Wärme der Wicklungen und des Eisenkernes abführen zu können.

Wenn aus diesem Gesichtspunkt die Windungszahl festgelegt wird, bleibt nur noch die Erhöhung der Frequenz, um den Aufwand für das Eisen zu reduzieren (Verkleinerung der Querschnittsfläche  $A$ ) oder alternativ die Windungszahl zu verkleinern, was zu einer Einsparung bei den Wicklungen führen würde. Jedoch werden wir sehen, dass auch hier Zwänge bestehen.

### Verluste im Eisen

Im Eisen des Transformators treten nennenswerte Verluste auf. Diese könnten dadurch entstehen, dass nicht nur in den Wicklungen Spannungen induziert werden sondern auch im Eisenkern. Eisen ist ja ein leitfähiges Material. Dadurch wird im Eisen ein Strom angetrieben, der zu Stromwärmeverlusten führt. Einen solchen Strom bezeichnet man als Wirbelstrom. Die Ausbildung von Wirbelstrom wird dadurch verhindert, dass der Eisenkern nicht massiv sondern aus voneinander isolierten Blechen hergestellt wird. Der Wirbelstrom findet somit keinen Weg im Eisen.

Eine andere Verlustart ist jedoch nicht so einfach zu eliminieren. Um das Eisen in jeder Periode des Wechselstromes zwei Mal umzumagnetisieren ist Energie erforderlich. Das erklärt sich daraus, dass die elementaren Magnete in der atomaren Struktur des Eisens „umgeklappt“ werden müssen. Bei jedem Ummagnetisierungsvorgang entsteht somit eine Verlustenergie  $W_{Fe}$ . Sie kann nur durch geeignete Zusammensetzung der verwendeten Eisenlegierung klein gehalten werden.

Da diese Verlustenergie bei jedem Ummagnetisierungsvorgang entsteht, also pro Periode zwei Mal, ergibt sich eine Verlustleistung  $P_{VFe}$

$$P_{VFe} = W_{Fe} \cdot 2f \quad (10)$$

### Wirtschaftlicher Frequenzbereich

Mit steigender Frequenz steigt also die Eisenverlustleistung. Um einen wirtschaftlichen Transformator zu erhalten, ist die Beschränkung der Frequenz erforderlich. Bei einer Frequenz zwischen 50 Hz und 60 Hz ergaben sich die günstigsten Werte für die Auslegung des Transformators. Die Frequenz wurde deshalb weltweit in diesem Bereich festgelegt.

Es bleibt noch hinzuzufügen, dass auch bezüglich der Energieerzeugung dieser Frequenzbereich von Vorteil ist. Wechselstromgeneratoren (natürlich auch Drehstromgeneratoren, über die Problematik „Drehstrom“ wird in einem später Teil geschrieben) lassen bei diesen Frequenzen in vielen Fällen eine getriebe-lose Ankupplung an Turbinen zu.

W. Mierke

Fortsetzung



LERNEN  
& KÖNNEN

Dreiphasige  
Systeme